

80687

Обязательный экземпляр

**ОПТИМИЗАЦИЯ
ПЛАНИРОВАНИЯ
АГРОПРОМЫШЛЕННОГО
ПРОИЗВОДСТВА
В РЕГИОНЕ**

БИШКЕК 1991

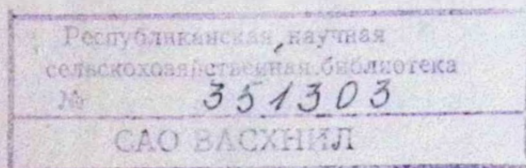
631.1
0-60

80687
0

631.145:631.103

АКАДЕМИЯ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КЫРГЫЗСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

ОПТИМИЗАЦИЯ
ПЛАНИРОВАНИЯ
АГРОПРОМЫШЛЕННОГО
ПРОИЗВОДСТВА
В РЕГИОНЕ



БИШКЕК «ИЛИМ» 1991

О 60 Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе / Ответ. ред. Э.Б.Баялинов; АН Республики Кыргызстан, Ин-т математики. - Бишкек: Илим; 1991. - III с.: табл., илл.

ISBN 5-8355-0387-3

Рассматриваются проблемы организации и планирования агропромышленного производства в условиях специфики региона. Среди них - проблемы перевода производства на арендные отношения; вопросы, связанные с распределением прибыли; согласование экономических интересов сторон в конфликтных ситуациях; некоторые аспекты оптимизации строительного производства и другие. Описываются экономические формы управления с использованием экономико-математических методов и ЭВМ.

Для математиков, экономистов и организаторов производства.

Утверждено к печати
Ученым советом Института математики
и принято РИСО
Академии наук Республики Кыргызстан

Ответственный редактор канд. физ.-матем. наук Э.Б.Баялинов
Рецензенты: докт. техн. наук В.З.Меренков,
канд. эконом. наук Т.К.Койчуманов

0 1602110000-15/ 25-91
М 453(II) - 91

ISBN 5-8355-0387-3 © Издательство "Илим", 1991 г.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПЛАНИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРОДУКТОВЫХ ПОДКОМПЛЕКСОВ

Совершенствование принципов выделения и методологии планирования продуктовых подкомплексов на региональном и районном уровнях имеет большую социально-экономическую значимость. "Производство продуктов питания является самым первым условием жизни непосредственных производителей и всякого производства вообще"¹.

В последнее время все сильнее ощущается необходимость решения экономических проблем на региональном уровне. Недоучет региональных особенностей воспроизводства ведет к негативным последствиям во многих областях хозяйственной жизни, и в первую очередь в реализации задачи обеспечения населения продуктами питания.

Региональные особенности производства наиболее остро проявляются в условиях сельского хозяйства. Место региона в общесоюзном разделении труда, размещение и уровень концентрации промышленного потенциала - потребителя сельскохозяйственной продукции - определяют специализацию и концентрацию аграрно-промышленного производства.

Продовольственная программа региона разрабатывается с целью полного удовлетворения научно обоснованных потребностей населения региона в продуктах питания и решения социальных проблем сельского населения при всемерном повышении эффективности функционирования регионального агропромышленного комплекса и оптимизации его территориально-производственных связей.

Продуктовая структура АПК - это совокупность интегрируемых производств конкретных видов конечной продукции. Каждая продуктовая вертикаль представляет собой взаимосвязанную цепь видов деятельности различных сфер, отраслей и подотраслей,

¹ Мажин В.П. Проблемы оптимизации промышленного развития сельского хозяйства. - Новосибирск: Наука, 1972.

объединяемых технологически для организации производственного процесса, производством специализированных средств производства данного продукта и кончая реализацией этого продукта для удовлетворения потребностей в нем населения.

При планировании развития региональных продуктовых подкомплексов необходимо обеспечить решение задач выполнения плана поставок сельскохозяйственной продукции в общесоюзный фонд и удовлетворить потребности населения республики в продуктах питания. Для этого требуется сбалансированное развитие всех элементов продуктовых подкомплексов, совершенствование методологии их планирования. Существующая система планирования и сложившийся методологический подход к выделению и формированию региональных продуктовых подкомплексов следует пересмотреть.

Необходимость выделения и планирования продуктовых вертикалей в масштабе республики обусловлена задачами совершенствования хозяйственного механизма в сельском хозяйстве: ориентацией планирования на конечный продукт производства, повышением заинтересованности производителей в результатах своего труда, переходом на полный хозрасчет.

Для разработки методики планирования продуктовых подкомплексов в составе республиканского АПК требуется:

- определение места продуктовых подкомплексов в республиканском АПК, их связи с другими подкомплексами;

- установление отраслевого состава и основных элементов производственной структуры подкомплексов;

- разработка схемы планирования развития подкомплексов с учетом расширения прав и самостоятельности, перехода на полный хозрасчет хозяйств республики и повышения эффективности централизованного руководства народным хозяйством на основе экономических методов управления;

- разработка системы экономико-математических моделей, обеспечивающей решение указанных задач.

Программно-целевой метод — это практически единственно возможный способ подхода к планированию и управлению региональным АПК. Необходимость его для решения продовольственной

проблемы очевидна. Это связано с тем, что 1) продовольственная проблема носит комплексный характер, 2) одной из существенных ее особенностей является межотраслевой характер, 3) ей присущ региональный аспект, 4) решение продовольственной проблемы требует расширения горизонта планирования и хозяйственной деятельности за пределы пятилетнего периода.

Методология программно-целевого подхода предполагает следующие стадии разработки программы:

- обоснование состава объекта и постановка проблемы;

- анализ исходного состояния;

- формирование комплекса целей программы и их конкретизация;

- определение множества мероприятий по достижению программных целей;

- анализ допустимых вариантов реализации программы и выбор наиболее эффективного из них;

- окончательная детальная проработка выбранного варианта программы и включение ее в народнохозяйственный план.

При разработке программы появляются условия для формирования множества вариантов отдельных ее задач, увязки оптимальным образом наличных ресурсов с конечной целью. Поэтому важное значение приобретают оценка вариантов и выбор наиболее эффективного из них, что возможно только на основе экономико-математических методов.

Целевые показатели развития производства и потребления отдельных продуктов питания и мероприятия по их достижению непосредственно увязываются в целевых продуктовых подпрограммах, которые должны стать одним из основных структурных элементов программы. Они имеют общие особенности. Каждая продуктовая подпрограмма должна содержать анализ и обоснование объемов производства, структуры и качества конечной продукции подкомплекса. В ней должны быть определены параметры развития системы реализации, транспортировки и хранения продукции, технико-экономические показатели и мероприятия по повышению

эффективности соответствующих отраслей пищевой промышленности и сельского хозяйства, задания по производству специализированного оборудования, проведению научно-исследовательских и проектных работ.

Наряду с общими методическими положениями каждая продуктовая подпрограмма имеет свою специфику, обусловленную различиями конечных продуктов и технологий их производства.

Задания и мероприятия продуктовых подпрограмм играют важную роль в обеспечении комплексности и пропорциональности всего агропромышленного комплекса. Выделение и отдельное планирование развития продуктовых подкомплексов позволяют анализировать и рационально спланировать процесс получения конечной продукции из сельскохозяйственного сырья.

В состав продуктовых региональных подкомплексов должны входить:

- ✓ сельское и рыбное хозяйство;
- ✓ производство органических удобрений;
- ✓ микробиологическая и комбикормовая промышленность;
- ✓ сельскохозяйственное строительство;
- ✓ пищевая промышленность (мясная, молочная, рыбоперерабатывающая, мукомольно-крупяная и хлебопекарная, масло-жировая, кондитерская, производство алкогольных и безалкогольных напитков);
- ✓ производственно-техническое обслуживание сельского хозяйства;
- ✓ заготовки;
- ✓ транспорт.

Формирование объекта продовольственной программы, т.е. продуктового подкомплекса, представляет собой достаточно сложную процедуру, требующую детального анализа всей проблемы обеспечения населения региона продовольствием. При этом сам перечень отраслей, предприятий и организаций, охватываемых программой, может и должен дифференцироваться в зависимости от тех или иных конкретных условий. Предложение включать в состав продуктовых региональных подкомплексов предприятия розничной торговли и общественного питания, жилищно-коммунального хозяйства, бытового и культурного обслуживания,

системы здравоохранения, на наш взгляд, необоснованно. В их состав необходимо включать лишь предприятия отраслей, которые непосредственно участвуют в выпуске конечных продуктов или в доведении их до потребителя, и отраслей производственного обслуживания.

Выделение продуктовых подпрограмм не означает распада продовольственной программы на отдельные, автономные части. Основой их тесной взаимосвязи является взаимозаменяемость различных продуктов питания, общность используемых ресурсов.

К важнейшим продуктовым вертикалям в структуре АПК предполагается отнести следующие подкомплексы: зерновой, свеклосахарный, плодовоовощной, виноградо-винодельческий, картофельный, маслوبيнно-жировой, мясо-молочный, яичный, рыбный.

Совокупность сквозных для всех продуктовых подкомплексов мероприятий целесообразно формировать в единых специализированных подпрограммах. К основным из них относятся подпрограммы по повышению эффективности использования трудовых, земельных и др. видов ресурсов, развитию кормопроизводства, строительства, транспорта, заготовок, хранения и т.д.

Совокупность продуктовых и перечисленных подпрограмм позволяет представить всю систему мероприятий продовольственной программы в виде целостного планового документа.

При совершенствовании системы планирования развития продуктовых подкомплексов необходимо:

- применение рациональной системы плановых показателей;
- создание развитой системы научно обоснованных натуральных и стоимостных нормативов;
- расширение использования прогнозов при разработке пятилетних и долгосрочных планов;
- совершенствование аппарата экономико-математических методов, применяемых в планировании.

На последнем пункте остановимся подробнее. Изучение состава регионального АПК, принципов выделения в нем продуктовых подкомплексов и характера возникающих при этом задач позволяет определить требования к построению системы экономико-математических моделей, выполнение которых обеспечит ее адекватность рассматриваемому объекту:

- 1) увязка системы моделей продуктовых вертикалей с моделями регионального АПК и АПК высшего уровня;
- 2) отражение в системе моделей горизонтальных связей подкомплексов; распределение ресурсов, общих для региона, капитальных вложений и т.д.;
- 3) максимально полное отражение внутренних связей подкомплексов включая производство, транспортировку, заготовку, хранение, переработку и реализацию отдельных видов продуктов;
- 4) учет в модели основных целей развития подкомплексов – выполнение планов поставок в централизованный фонд и обеспечение потребностей населения республики в продуктах питания;
- 5) сочетание в системе моделей продуктового и отраслевого аспекта планирования.

В.Н.Андряш, И.Д.Степаненко

К ПРОБЛЕМЕ ПЕРЕВОДА ТАБАЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА НА АРЕНДНЫЙ ПОДРЯД

Фрунзенская табачная фабрика (ФТФ) организована в 1933 г. на базе артели по выпуску махорки и табакфермзавода.

Среднегодовая стоимость основных фондов фабрики составляла 5770 тыс.руб., а стоимость нормируемых оборотных средств – 31637 тыс.руб. Годовая производственная мощность по основным видам продукции фабрики определялась: по сигаретам – 5503 млн.шт. при плане 4600 млн.шт., табаку "дунав" – 510 т. При таком превышении факта над планом коэффициент использования производственной мощности составлял 82,1%. Это указывало на возможность значительного прироста производства конечной продукции фабрики.

В 1988 г. объем товарной продукции в оптовых ценах 1982 г. составлял 36513 тыс.руб., а ее пересчет в текущие цены – 37360 тыс.руб. Стоимость реализованной продукции, работ, услуг была равна 38461 тыс.руб. Материальные затраты на производство продукции и услуги сторонним организациями составля-

ли 33242,6 тыс.руб. и были меньше выручки от реализации в том же году. Общая сумма доходов предприятия была 3221,4 тыс.руб. Из дохода фабрики в бюджет было уплачено 115,4 тыс.руб. налога за пользование производственными фондами (2% их стоимости). Вследствие того, что ФТФ имеет большую задолженность перед Госбанком и отчисляет за кредит ежегодно по 900 тыс.руб., она освобождена от уплаты подоходного налога, а также налога за пользование трудовыми ресурсами. Расчеты с банком на таком уровне будут сохраняться в течение всего периода аренды предприятия (до 1993 г.). Таким образом, расчетный доход фабрики в 1988 г. составил 2321,4 тыс.руб. Из него формируются все фонды предприятия: развития производства, науки и техники; социального развития; оплаты труда. Фонд развития производства складывается из двух составляющих – амортизации основных средств и отчислений из хозяйственного дохода, которые соответственно равны 695 и 140 тыс.руб.

Фонд социального развития фабрики в 1988 г. составлял всего 5% фонда развития производства. При остроте социальных проблем предприятия для их решения недостаточно 42 тыс.руб. в год.

Фонд оплаты труда промышленного производственного персонала ФТФ практически не меняется в течение ряда лет. В 1988 г. он составлял 481,4 тыс.руб. Среднесписочная численность персонала фабрики 438 человек, из них ППП – 387. Их среднемесячная заработная плата в 1988 г. была 171 руб., а для ППП – всего 168,5 руб. Это на 30–35% меньше среднесознано-го уровня заработной платы работников промышленного производства.

Поскольку фабрика в организационной структуре является элементом Фрунзенского табачного комбината, в калькуляции затрат на ее продукцию большую долю занимают общезаводские расходы. В анализируемом году они были равны 338,3 тыс.руб. Это 38,4% фонда заработной платы ППП предприятия.

Послеказ на ассортиментный набор и соответствующий объем конечной продукции ФТФ имеет структуру, представленную в табл.1.

Таблица 1
План производства продукции ШФ на 1989-1993 гг.,
млн.шт.

Продукция	факт. за 1988	1989	1990	1991	1992	1993
Дунза	514,6	500	500	500	500	500
Сигареты всего	4256,1	4300	4800	4600	4600	4600
в т.ч.						
Космос	336,2	310	310	310	310	310
Киргизстан	72	100	100	100	100	100
Комуз	206,8	320	400	308	308	340
Киргизские	58,7	80	80	92	92	60
Астра	2256	2010	2755	2190	2190	2240
Прима	580,9	622	527	622	622	600
Памир	209,5	298	622	410	410	350
Стрела	258,8	365	365	365	365	300
Полет	190,2	195	203	203	203	300
Тулпар	85	-	-	-	-	-

Расширение объема производства товарной продукции на ШФ в период аренды предприятия реально за счет следующих факторов: повышения коэффициента сменности работы фабрики и сокращения непроизводственных простоев его технологического оборудования. Особенности табачного производства накладывают ограничения на максимальный уровень этих характеристик. Максимальное значение коэффициента сменности (даже при организации круглосуточной работы фабрики по 8 часов в смену) не может превышать 2,5. Остальное время суток (4 часа) требуется для устранения текущих неисправностей оборудования.

В расчетах по определению объема производства табачной продукции по видам принимались режимы работы фабрики со следующими значениями коэффициента сменности: 2,0, 2,2, 2,4, 2,6. При этом выход конечной продукции по каждой марке оборудования может быть в объемах, представленных в табл.2. Данные группируются по видам однородных сигарет и их производству на конкретных видах машин. Они показывают, что Госаказ как по объему, так и ассортименту может быть перевыполнен более чем в полтора раза.

Таблица 2
Производственная мощность технологического оборудования по выпуску сигарет

Табачная продукция	Оборудование	Коли-чест-во	Норма произ-води-тель-ности, тыс.шт. год	число часов на тех-обслуживание	K _{см} =2,0		K _{см} =2,2		K _{см} =2,4		K _{см} =2,6	
					число: часов: на: обслуж-жива-ние	число: часов: техно-обслуживание	число: часов: техно-обслуживание	число: часов: техно-обслуживание	число: часов: техно-обслуживание	число: часов: техно-обслуживание	число: часов: техно-обслуживание	число: часов: техно-обслуживание
Космос Киргизстан	Молнис	2	163,2	635	3174	1036	3555	1160	3936	1284	4126	1346
Комуз Киргизские	Гарант	1	163,2	635	3174	518	3555	580	3936	642	4126	573
Астра Стрела Полет	10Ф-0С	5	129,6	336	3473	2250	3854	2497	4235	2744	4425	2867
Астра	Марк-9СМ	2	194,4	635	3174	1231	3555	1381	3936	1529	4126	1603
Прима Памир	Дек-Чус	3	105,1	336	3473	1095	3854	1215	4235	1335	4425	1395
Всего	-	-	-	-	-	6130	-	6833	-	7534	-	7884

Таким образом, производственные возможности предприятия достаточны для выполнения Госзаказа по ассортименту и переработки его по объему товарной продукции.

Одной из важных проблем перевода ДТЗ на рациональные формы управления является определение финансовых результатов при каждом из возможных режимов организации производства:

- 1) существующей форме управления;
- 2) передаче предприятия в аренду.

Каждый из выделенных подходов отличается от другого степенью самостоятельности коллектива предприятия в распределении заработанных средств.

При традиционной форме предприятию задан круг нормативов на формирование фондов, расходов сырья и материалов, обязательных отчислений в бюджет. Результаты работы фабрики не имеют функциональной связи с оплатой труда. Главный показатель – степень выполнения Госзаказа. Поэтому при анализе результатов производства с этой формой управления коэффициент сменности оставался постоянным, равным 2, на весь рассматриваемый период.

При передаче предприятия в аренду перед его коллективом ставится две главных задачи:

выполнить Госзаказ по ассортименту и объему конечной продукции;

внести на счет арендодателя арендную плату, которая включает в себя все обязательные платежи в бюджет за использованные ресурсы, подоходный налог, определенные средства на содержание арендодателя.

Арендная форма позволяет фабрике самостоятельно распоряжаться хозрасчетным доходом. Правда, при определении фонда оплаты труда требуется выполнять условия его нормативного соотношения с ростом производительности труда.

Арендная форма управления способствует интенсификации производства. Поэтому в расчетах нами принята следующая динамика коэффициента сменности:

1989г. – 2,0	1990г. – 2,0	1991г. – 2,2
1992г. – 2,4	1993г. – 2,5	

при переводе управления фабрикой на кооперативные формы, ее коллектив обязан выполнять лишь одно безусловное требование – отчислять от своей прибыли подоходный налог в бюджет государства.

В соответствии с Указом Президиума Верховного Совета Киргизской ССР "О подоходном налоге с кооперативов" (Советская Киргизия от 1.07.87) для предприятий, занимающихся производством и переработкой покупной сельскохозяйственной продукции по договорам на выполнение Государственного заказа, ставка подоходного налога составляет 15%.

Введение новой линии по производству таких сигарет, как "Космос" и "Киргизстан", даст возможность увеличить их выпуск вдвое. Рост объема производства других видов незначителен. Такая стратегия обусловлена главным образом уровнем рентабельности выпускаемых сигарет. Если прибыль от реализации 1 млн.шт. "Космоса" составляет более 1 тыс.руб., то таких, как "Астра", "Стрела", – менее 500 руб. (табл.3,4). Несмотря на относительно низкую рентабельность производства ежегодная балансовая прибыль предприятия составляет более 2 млн.руб. Ее распределение по годам планового периода приведено в табл.5.

Для предприятия в 1989 г. установлены отчисления в бюджет за производственные фонды. Они составляют 2% от стоимости. В денежном выражении это: в 1989 г. – 115 тыс.руб., в последующие – 118 тыс.руб. Кроме этого вида обязательного платежа фабрика должна рассчитаться за взятый в прошлом кредит. Таким образом, расчетный доход ДТЗ меняется от 2455 тыс.руб. в 1989 г. до 3364 в 1990 г. и 3114 тыс.руб. к 1993 г. Распределение расчетного дохода осуществляется по установленным для фабрики нормативам. Этот порядок сохраняется на весь плановый период.

Фонд развития предприятия формируется из двух источников: амортизационных отчислений и определенной доли расчетного дохода. После создания фонда развития производства, науки и техники образуется фонд социального развития предприятия. Разность между суммой расчетного дохода и затрат на развитие производства, социальную культуру определяет фонд материального поощрения.

Таблица 3

Стоимость товарной продукции на 1989-1993 гг. по плану предприятия

Продукция	Оптовая	1989		1990		1991		1992		1993	
	цена,										
	тыс.руб.	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-
	млн.шт.	во,	ма,	во,	ма,	во,	ма,	во,	ма,	во,	ма,
		млн.	тыс.	млн.	тыс.	млн.	тыс.	млн.	тыс.	млн.	тыс.
		шт.	руб.	шт.	руб.	шт.	руб.	шт.	руб.	шт.	руб.
Космос	13,1	410	5371	820	10742	820	10742	820	10742	820	10742
Киргизстан											
Комуз	8,1	400	3240	400	3240	400	3240	400	3240	400	3240
Киргизские											
Астра	8,4	2375	19950	3120	26208	2555	21462	2555	21462	2540	21336
Стрела											
Полет	9,65	195	1882	203	1959	203	1959	203	1959	300	2895
Прима	6,5	622	4043	527	3426	622	4043	622	4043	600	3900
Памир	4,35	298	1296	622	2706	410	1784	410	1784	350	1523
Сигареты всего	-	4300	35782	5210	48281	5010	43230	5010	43230	5010	43636
Дунза	6,15	500	2575	500	2575	500	2575	500	2575	500	2575
Итого	-	-	38357	-	50856	-	43805	-	43805	-	46211

Таблица 4

Материальные затраты на производство продукции на 1989-1993 гг.
по плану предприятия

Продукция	Матери-	1989		1990		1991		1992		1993	
	альные										
	затраты	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-	Кол-	Сум-
	на 1млн.	во,	ма,	во,	ма,	во,	ма,	во,	ма,	во,	ма,
	шт.,	млн.	тыс.	млн.	тыс.	млн.	тыс.	млн.	тыс.	млн.	тыс.
	тыс.руб.	шт.	руб.	шт.	руб.	шт.	руб.	шт.	руб.	шт.	руб.
Космос	11,96	410	4904	820	9808	820	9808	820	9808	820	9808
Киргизстан											
Комуз	6,73	400	2692	400	2692	400	2692	400	2692	400	2692
Киргизские											
Астра	7,63	2375	18121	3120	23806	2555	19495	2555	19495	2540	19380
Стрела											
Полет	8,737	195	1704	203	1774	203	1774	203	1774	300	2621
Прима	6,44	622	4006	527	3394	622	4006	622	4006	600	3864
Памир	3,98	298	1186	622	2476	410	1632	410	1632	350	1393
Сигареты всего	-	4300	32563	5210	43950	5010	39407	5010	39407	5010	39758
Дунза	4,648	500	2324	500	2324	500	2324	500	2324	500	2324
Итого	-	-	34887	-	46274	-	41731	-	41731	-	42082

Таблица 5

Показатели финансово-хозяйственной деятельности фабрики по плану предприятия на 1989-1993 гг.

Показатель	Факт. : 1988г.	План				
		1989	1990	1991	1992	1993
Выручка от реализации продукции, тыс.руб.	38464	38357	50856	43605	43805	46211
Темп прироста плана текущего года к предыдущему, %		99,7	132,5	90,1	100,0	100,9
Материальные затраты на производство продукции, тыс.руб.	35243	34657	46274	41731	41731	42082
Общая сумма доходов (П1-П3), тыс.руб.	3221	3470	4562	4074	4074	4129
Плата в бюджет за производственные фонды, %	115	115	116	116	116	116
Плата за кредит, тыс.руб.	900	900	900	900	900	900
Расчетный доход, тыс.руб.	2206	2455	3564	3056	3056	3114
Фиксированный платеж, тыс.руб.	338	420	420	420	420	420
Финансовый резерв (резерв риска), тыс.руб.	805	756	1026	1161	1161	1234
Хозрасчетный доход, используемый для образования фондов экономического стимулирования и фонда оплаты труда (П5-П10-П11), тыс.руб.	1063	1279	1516	1455	1455	1460
Отчисления от хозрасчетного дохода (тыс.руб.) в:						
фонд развития производства, науки и техники	835	945	995	995	995	995
в т.ч. от хозрасчетного дохода	140	250	300	300	300	300
фонд социального развития	42	130	167	167	167	167
фонд оплаты труда (остаток хозрасчетного дохода работников (П12) (тыс.руб.), в т.ч.:	661	879	1051	966	966	993
фонд материального поощрения	133	132	156	148	148	149
фонд заработной платы	746	747	893	840	840	847

При анализе распределения доходов предприятия важно выделить фиксированные платежи на содержание вышестоящей организации. В существующей системе управления они составляют основную долю совокупных затрат предприятия. По плану предприятия в течение всего планового периода они не будут меняться и составят 420 тыс.руб. в год. При переходе фабрики на аренду эта сумма является одной из составляющих арендной платы. Данный размер фиксированного платежа может быть даже значительно увеличен за счет имеющегося финансового резерва (резерв риска). Следовательно, в процессе обслуживания с арендодателем вопроса об арендной плате необходимо ориентироваться на имеющиеся финансовые резервы предприятия. Точные параметры фиксированной платы устанавливаются из анализа финансово-хозяйственной деятельности фабрики при ее переводе на аренду.

Арендная форма организации производства предусматривает переход предприятия на интенсивные формы развития. В первую очередь вкладываются резервы имеющихся производственных мощностей. Динамика коэффициентов сменности основного технологического оборудования при арендной форме управления предприятием приведена выше. Объем производства табачной продукции по ее маркам в разрезе видов машин и при различных значениях коэффициента сменности дан в табл.2. Эта информация является исходной при расчете объема товарной продукции в натуральном и стоимостном выражениях (табл.6).

Таблица 6

Производительность труда и фонд заработной платы фабрики при переходе на аренду на 1989-1993 гг.

Показатель	План				
	1989	1990	1991	1992	1993
Средняя численность промышленно-производственного персонала, чел.	387	424	423	418	402
Объем товарной продукции, тыс.руб.	38357	56175	62427	66662	71382
Производительность труда, тыс.руб./чел.	99,1	132,5	147,6	164,3	178,6
Темп роста производительности труда, %	107,0	133,7	111,4	111,4	108,8
Средняя заработная плата ППП (годовая), руб./чел.	2171	2631	3078	3391	3530
Темп роста зар. платы, %	107,0	124,1	116,1	107,2	106,9

сельскохозяйственной фабрики

351305

В связи с переходом на более интенсивный режим работы основного производства ожидается прирост численности промышленно-производственного персонала (ППП). Это утверждение не категорично, поскольку пока неизвестно, как может измениться производительность труда ППП при переводе предприятия на арендную форму. Делается такое предположение исходя из существующих нормативов на выполнение технологических операций, обслуживание установленного оборудования. Но даже при этом наблюдается существенный рост производительности труда на предприятии. Производительность труда определяется из отношения объема товарной продукции к численности промышленно-производственного персонала фабрики. За 5 лет аренды производительность увеличивается почти в 2 раза. При этом растет и фонд заработной платы. Следует отметить, что при расчетах этой характеристики соблюдены установленные нормы соотношения прироста производительности и фонда оплаты труда. К 1993 г. годовой фонд заработной платы работника промышленно-производственной сферы увеличивается на 1359 руб. Одновременно растет и объем товарной продукции как в целом, так и в разрезе установленной номенклатуры (табл. 7). Максимальный прирост наблюдается по наиболее рентабельным видам сигарет. Сверх Госзаказа должно быть произведено: в 1990 г. - 1330 млн. шт., 1991 - 2233, 1992 - 2934, 1993 - 3284 млн. шт. Увеличение объема товарной продукции фабрики в стоимостном выражении характеризуют данные табл. 7.

Расширение производства требует увеличения затрат сырья, материалов на выпуск товарной продукции. В расчетах принято допущение линейной зависимости материальных затрат от объема производства. В данном случае оно правомерно, поскольку в структуре себестоимости конечной продукции фабрики затраты на сырье, вспомогательные материалы составляют около 90%.

Динамика материальных затрат (без оплаты труда) на производство табачной продукции по годам планируемого периода и в разрезе ассортиментного набора представлена в табл. 8. Сравнение результатов производства с соответствующими материальными затратами указывает на рентабельность хозяйственной деятельности фабрики. Соответствующий коэффициент (отношение расчетного дохода к стоимости основных средств производства)

Таблица 7
Стоимость товарной продукции на 1989-1993 гг. при переходе на аренду

продукция	1989		1990		1991		1992		1993	
	цена, тыс. руб.	кол- во, млн. шт.	цена, тыс. руб.	кол- во, млн. шт.	цена, тыс. руб.	кол- во, млн. шт.	цена, тыс. руб.	кол- во, млн. шт.	цена, тыс. руб.	кол- во, млн. шт.
Космос	13,1	410	3371	1036	13672	1160	15196	1234	16620	1346
Киргизстан										
Комуз										
Киргизские	8,1	400	3240	518	4196	580	4696	642	5200	673
Астра	8,4	2375	19930	3231	27140	3578	30055	3923	32953	4070
Стрела										
Полет	9,65	195	1662	250	2413	300	2895	350	3378	400
Прима	6,8	622	4043	657	4271	729	4739	801	5207	837
Папир	4,35	298	1296	438	1905	486	2114	534	2323	558
Сигареты всего	-	4300	35782	6130	53497	6833	59697	7534	65861	7884
Дунза	5,15	500	2575	520	2678	530	2730	540	2761	550
Итого	-	-	36357	-	50175	-	62427	-	66662	-
										71832

Таблица 8

Материальные затраты на производство продукции на 1989-1993 гг. при переходе фабрики на аренду

Продукция	1989			1990			1991			1992			1993		
	Матери- альные затраты: млн. шт. : тыс. руб.	на во, млн. шт.	Сум- ма, млн. шт.	Матери- альные затраты: млн. шт. : тыс. руб.	на во, млн. шт.	Сум- ма, млн. шт.	Матери- альные затраты: млн. шт. : тыс. руб.	на во, млн. шт.	Сум- ма, млн. шт.	Матери- альные затраты: млн. шт. : тыс. руб.	на во, млн. шт.	Сум- ма, млн. шт.	Матери- альные затраты: млн. шт. : тыс. руб.	на во, млн. шт.	Сум- ма, млн. шт.
Космос Киргизстан	11,96	410	4904	1036	12390	1160	13874	1284	15353	1346	16098				
Комуз Киргизские	6,73	400	2692	518	3466	680	3903	642	4321	673	4529				
Астра Стрела	7,63	2375	18121	3231	24652	3578	27300	3923	29932	4070	31054				
Полет	8,737	195	1704	250	2185	300	2522	350	3059	400	3496				
Прима	6,44	622	4006	657	4231	729	4695	801	5158	837	5390				
Памир	3,98	296	1186	436	1745	486	1934	534	2125	558	2221				
Сигареты всего	-	4300	32563	6130	48687	6833	54328	7534	59951	7884	62718				
Дунза	4,648	500	2324	520	2417	530	2463	540	2510	550	2556				
Итого	-	-	34887	-	51104	-	56791	-	62461	-	68274				

в разрезе планового периода изменяется следующим образом:
1989 г. - 33,6, 1990 - 55,8, 1991 - 64, 1992 - 72,1,
1993 г. - 77,24.

При аренде меняется не только подход к организации производственного процесса, но и порядок формирования и распределения доходов.

В расчетах принята вторая форма организации хозрасчета на предприятии. При этом нормативы отчислений в бюджет за производственные фонды, трудовые ресурсы, подоходный налог, плата за кредит на весь период арендования фабрики приняты на уровне 1988 г.

В результате хозрасчетный доход меняется от 1932 тыс.руб. в 1989 г. до 4557 тыс.руб. в 1993 г. (табл.9).

После формирования всех фондов у предприятия остается финансовый резерв. Его размер увеличивается от 564 тыс.руб. в 1989 г. до 2430 тыс.руб. в 1993 г. Из этой суммы должна формироваться и арендная плата. Ее нижняя граница определяется сложившимся размером отчислений в фонд вышестоящей организации. Это может быть величина общезаводских затрат. Верхний уровень арендной платы устанавливается в процессе переговоров арендатора с арендодателем.

Анализ перспектив развития предприятия при передаче его в аренду позволяет сделать следующий вывод.

Аренда фабрики целесообразна во всех случаях, когда сумма отчислений в фонд арендодателя не превышает 964 тыс.руб. - финансовый резерв первого года аренды предприятия и общезаводские расходы. При этом за 5 лет арендатор только за счет интенсификации производства сможет получить 5759 тыс.руб. чистой прибыли.

Представляет интерес анализ структуры фонда социального развития. В нем следует выделить фонд погашения подоходного налога тех, кто работает на фабрике более трех лет. На предприятии с таким стажем 275 человек. Другой важной составляющей фонда является фонд здоровья, который представляет собой начисления к отпускным в зависимости от стажа работы на предприятии.

Таблица 9
Формирование и распределение хозрасчетного дохода
при передаче фабрики в аренду

Показатель	Факт.	План					
	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
Выручка от реализации продукции, тыс.руб.	30404	30397	36170	62427	68862	71832	
Темп роста, %	-	99,7	146,5	126,4	110,0	104,6	
Материальные затраты, тыс.руб.	35343	34887	31104	36791	62461	63274	
Общая сумма доходов, тыс.руб.	3231	3470	5071	5036	6201	6508	
Плата в бюджет за произв. фонды (2%), тыс.руб.	115	115	116	118	118	118	
Плата за труд. ресурсы, тыс.руб.	-	-	-	-	-	-	
Отчисления в бюджет от прибыли (15%), тыс.руб.	-	521	761	845	930	984	
Процент за кредит	900	900	900	900	900	900	
Расчетный доход, тыс.руб.	2321	1932	3293	3774	4254	4557	
Финансовый резерв, тыс.руб.	1258	364	1579	1618	2188	2430	
Хозрасчетный доход, используемый для образования фондов экономического стимулирования и фонда оплаты труда, тыс.руб.	1063	1368	1714	1936	2066	2127	
Отчисления от хозрасчетного дохода, тыс.руб.:							
фонд развития производства, науки и техники	835	945	995	1035	1055	1075	
в т.ч. от хозрасчетного дохода	140	230	300	340	360	380	
фонд социального развития	42	239	290	314	325	336	
фонд оплаты труда (ост. х/р дохода) раб. ПШ, тыс.руб.:	661	879	1124	1302	1380	1419	
в т.ч. фонд материального поощрения	131	132	169	195	207	213	
фонд зарплат	746	747	955	1107	1173	1206	

выделенные фонды сыграют большую роль в укреплении состава корпуса специалистов производства, повысят заинтересованность коллектива в росте благосостояния фабрики.

Благодаря формированию фонда материального поощрения реальные доходы тружеников предприятия за 5 лет его аренды увеличатся на 113 руб. в месяц, или более чем на 33%.

В целом аренда выгодна как арендатору, так и каждому члену трудового коллектива.

И.Д.Степаненко

О ПРОБЛЕМЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИБЫЛИ В УСЛОВИЯХ АРЕНДНЫХ ОТНОШЕНИЙ

Одним из самых спорных на отдачу является труд на земле. Из всех возможных сфер его приложения здесь он может быть и самым результативным. Все зависит от плодородия земли, навыков и умения правильно обращаться с этим средством производства, степени вооруженности земледельческого труда и, естественно, природно-климатических условий в текущем году. Эти факторы определяют объективную результативность деятельности землевладельца.

Однако с развитием производительных сил происходит разделение труда. Те, кто владеет землей, перестают ее обрабатывать, им выгоднее давать ее в аренду и безбедно существовать на соответствующую плату. Главным вопросом отношений арендатора земли и ее владельца был и остается вопрос распределения прибавочной стоимости. Фактически земля - это определенной формы капитал, который может быть сдан на некоторый срок в кредит. За это землевладелец должен получать дивиденды в виде арендной платы.

Сегодня в нашей стране земля является общественной собственностью. Декларируется, что ею владеют те, кто на ней работает. Но о какой собственности может идти речь, когда колхозники, рабочие совхозов не распоряжаются тем, что произведено их руками. Сверху им указывают, что сеять и выр-

шинять, сколько и по какой цене сдавать. Раньше такая форма называлась планом, сейчас Госзаказом. Те шаги, которые делает аренда в сельском хозяйстве, не выходят за рамки оброчных отношений феодализма. Арендатор обязан отдать часть своего продукта арендодателю. Колхоз по своей структуре и производственным отношениям напоминает крепостную общину. Она объединяет его членов ответственностью за выполнение спущенных сверху заданий, упрощает процесс экспроприации сельскохозяйственных продуктов. Но за эту простоту и удобство наша экономика расплачивается низкой продуктивностью и урожайностью в аграрной сфере, огромными затратами, ничтожной рентабельностью сельскохозяйственного труда.

Более прогрессивной формой производственных отношений могла бы быть арендная плата не в процентном отношении к урожаю, а в виде фиксированной суммы платежей. При этом арендодателем должен быть местный совет региона. Следует подчеркнуть, что не его исполнительный орган, а группа народных депутатов конкретной территории, компетентных в агропромышленном и сельскохозяйственном производстве.

Арендатором может стать любой желающий и имеющий способность к сельскохозяйственному труду, группа лиц, связанных определенными обязательствами или семейными узами, кооператив, государственное предприятие. При этих условиях сущность арендной платы, законы ее изменения легче всего изучать на развитых формах поземельных отношений. Пусть арендатор желает организовать свое предприятие по производству сельскохозяйственной продукции. В любом случае он обязан вносить арендную плату. Если выделяемый ему для этих целей участок земли совершенно не обработан, возникает вопрос: за что арендатор должен платить? Ответ однозначный — за возможность приложить свой труд и получить прибавочную стоимость. А какой может быть плата в этом случае? При определении ее величины складываются интересы арендодателя и арендатора. Арендодателю важно выгодно передать свою собственность. Арендатор заинтересован в том, чтобы эта плата была не большой величины, при которой выручка от реализации конечной продукции могла бы

компенсировать его prime затраты, все обязательные платежи и гарантировать получение определенной прибавочной стоимости. Однозначный ответ на вопрос об уровне арендной платы можно получить только на рынке, где будет реализована продукция арендатора. Соответствующая цена должна быть не ниже издержек производства и тех накоплений, которые планирует получить арендатор. Иначе организация предприятия для него будет невыгодна. Арендная плата определяется соотношением спроса и предложений на землю, средства производства. Если в регионе имеется свободная или нерационально эксплуатируемая земля, арендаторы находятся в благоприятных условиях. В их услугах нуждаются арендодатели, они конкурируют между собой за потребителя и не могут просить высокой платы за землю. В тех регионах, где незанятых земель, пригодных для аренды, мало, арендаторы борются за право ее пользоваться. Арендодатель здесь требует более высокой платы и получает ее. Такой характер производственных отношений приобретает при развитом рынке средств производства, в условиях хозяйственной самостоятельности и самфинансирования регионов, когда их экономическое положение непосредственно зависит от собственного бюджета. При этом арендная плата будет расти по мере развития производительных сил региона. Ведь с расширением промышленной сферы сокращается земельный фонд, а спрос на продукты сельского хозяйства увеличивается. Предел этого повышения зависит от соотношения сил и интересов противоборствующих сторон. При чрезмерной плате за землю прибыль арендатора уменьшается. Он должен либо сворачивать свое производство, либо переносить его в другой регион, либо увеличивать цены на рынке. При определенном уровне предложения последний возможность не всегда реализуется. В свою очередь, сокращение производства приводит к уменьшению денежных поступлений в местный бюджет, регион лишается, растет социальная напряженность. При достижении негативными факторами определенного уровня арендодатель пересматривает свои условия, снижает арендную плату, открывая возможность для нового развития арендных отношений в регионе. Таким образом, арендная плата, другие виды налогообложения в регионе объективно зависят от величины регионального дохода, распределяемого между арендодателем и арендатором, соотношения

спроса и предложения на землю. Часть регионального дохода, остающаяся у арендодателя, называется рентой, а его остаток, поступающий арендатору, — прибылью. Теперь покажем, как должна меняться арендная плата за землю при изменении величины регионального дохода.

Рассмотрим регион, ориентированный исключительно на производство сельскохозяйственной продукции. Пусть размер валового регионального продукта (ВРП) здесь составляет 40 млн. руб. Под валовым региональным продуктом мы понимаем суммарную стоимость исходного сырья, заработной платы, амортизации, прибыль сферы производства и сферы услуг региона. Начальный уровень производства сельскохозяйственного производства здесь был таков, что ежегодная сумма прибавочной стоимости региона равнялась 4 млн. руб. Из них в местный бюджет поступал 1 млн., а арендаторам оставалось 3 млн.

При таких условиях годовая норма прибыли в регионе составляла 7,5% (3 млн.: 40 млн.), а норма ренты — 2,5% (1 млн.: 40 млн.). Пусть с развитием производства ВРП возросла до 100 млн. руб., а прибавочная стоимость — до 9. Местный совет стал брать себе 3 млн. руб., а арендаторам оставлять 6 млн. руб. При новом распределении норма прибыли в регионе снизилась до 6%, а норма ренты возросла до 3%. Несмотря на такой сдвиг в распределении доходов арендаторы продолжали расширять свое производство и, положим, довели размер ВРП до 200 млн. руб. При этом прибавочная стоимость увеличивалась до 15 млн. руб. Арендаторы перестали соглашаться на изъятие у них 1/3 прибавочной стоимости в местный бюджет. Они выдвинули требование пересмотра сложившегося соотношения прибыли и ренты. Как правило, такие заявки базируются на хозяйственной практике соседних регионов, где условия распределения дохода более выгодны для арендаторов. Имеются все условия перевода производства в эти регионы. Местному совету приходится соглашаться с требованиями арендаторов и из общей суммы прибавочной стоимости забирать себе 4 млн. руб., оставляя арендаторам 11 млн. руб. Норма прибыли становится равной 5,5%, а норма ренты снижается до 2%. Приведенный пример иллюстрирует преимущества гибкой системы арендной платы в виде конкретно оговариваемой суммы.

Двусторонние уступки на основе экономически обоснованных расчетов позволяют гармонизировать интересы арендаторов и арендодателей, что обеспечивает процесс поступательного развития производства сельскохозяйственной продукции.

Рассмотрим механизм формирования арендной платы за землю. Отметим, что даже в небольшом регионе объективные причины обуславливают неоднородность продуктивности различных участков земли. Один из них расположен вблизи транспортных магистралей, другой непосредственно примыкает к району потребителей продукции, третий хорошо обводнен, а на четвертом более удачный рельеф, он не требует затрат на его сглаживание и т.д. Этим объясняется и различная результативность труда в местах возделывания сельскохозяйственной продукции региона. Пусть на одном из участков самого низкого качества при издержках на средства производства и труд в 100 тыс. руб. получают 1000 т зерновых. На другом, среднего качества, при тех же издержках получают 1500 т, на третьем — лучше — 2000 т. При установившейся норме прибыли в регионе, равной 5%, первый арендатор получит в год 5 тыс. руб. прибыли. Пусть это будет тот минимум, ниже которого землепользование становится невыгодным, и арендатору целесообразнее свой труд и финансы направить в другой вид деятельности или перенести в соседний регион. Кроме компенсации прямых затрат, получения указанного размера прибыли он обязан вносить за свой участок арендную плату. Предположим, что для данного региона и конкретного участка она составляет 3 тыс. руб. в год. Элементарный расчет показывает, что после реализации своей продукции арендатор должен получить 108 тыс. руб. Следовательно, 1 кг зерна на региональном рынке будет стоить 10,8 коп. Если цена будет меньше этой, производство зерна будет сокращаться. Такая тенденция сохраняется до определенного момента. При некотором предположении цена начнет снова повышаться. Прибыль будет расти и станет больше установившейся в регионе нормы. Арендаторы вновь займутся возделыванием зерновых, начнут вкладывать в эту отрасль дополнительный труд и финансы. Местный совет начнет повышать арендную плату. Этот рост опять достигнет уровня,

при котором прибыль от использования одного плохого участка будет не менее 5 тыс.руб. Вновь повторится организационно-экономический цикл свертывания производства, роста цен, нормы прибыли. Такая зависимость между объемом производства и его стоимостными оценками присуща любому виду деятельности в условиях развитых товарно-денежных отношений. Здесь рынок является тем регулятором, который строго следит за спросом и предложением конкретного товара. На рынке продукт не различается по месту его производства. В нашем примере зерно, выращенное на худшем, среднем, лучшем участках будет стоить 10,8 коп. Владелец второго участка, реализовав свой товар, заработает 162 тыс.руб. Сверх установленных издержек и прибыли он получит 57 тыс.руб. Однако поскольку эта сумма получена не в результате его личного трудового участия, а вследствие дифференциации природно-климатических условий региона, сверхприбыль должна быть полностью перечислена в местный бюджет. Таким образом, 57 тыс.руб. есть значение арендной платы за второй участок. Она складывается из аренды, взимаемой с худшего участка (3 тыс.руб.), и сверхприбыли (54 тыс.руб.) — платы за относительно лучшие природно-климатические условия конкретного места возделывания сельскохозяйственной продукции.

Арендатор третьего участка должен внести в местный бюджет еще большую плату, поскольку сверх издержек и прибыли первого арендатора он получает 111 тыс.руб. Эта сумма и будет его арендной платой. Возникает вопрос, а не противоречит ли такой подход к определению цен на конечную продукцию и размера арендной платы основным положениям теории трудовой стоимости. Ведь ее основой является утверждение о том, что цена — есть денежное выражение стоимости, а стоимость — это среднее количество труда, вложенное в производство общественно необходимой продукции. Среднее, а не предельное, как имеет место в рассмотренном нами примере. Значит, цена на хлеб должна определяться условиями приложения труда на втором, а не на первом участке. Именно там они находятся на уровне средних. А если так, то значение цены на хлеб должно складываться из соответствующих издержек производства, прибыли и арендной платы за второй участок. Однако это противоречие кажущееся. Стоимость

товара можно разложить на постоянную, переменную части и прибавочную стоимость. Соответственно цена будет представлять сумму усредненных издержек производства, прибыль и арендную плату арендатора, работающего в условиях второго участка. Нетрудно заметить идентичность формул цены при различных подходах к ее измерению. При точном определении издержек и арендной платы с участков различного качества сохраняется эквивалентность их сумм и выполняется следующее соотношение: насколько издержки худшего участка больше среднерегиональных, настолько арендная плата с первого меньше арендной платы со второго. Эта зависимость может быть проиллюстрирована на приведенном нами примере. Напомним его содержание.

Производство 1 тыс.т зерна на худшем участке требует издержек постоянного и переменного капитала в 100 тыс.руб. Кроме этого арендатор, заплатив 3 тыс.руб. в местный бюджет, рассчитывает получить 5% прибыли.

Участок со средними условиями при тех же вложениях дает в полтора раза больше конечной продукции. Следовательно, тот же урожай со второго участка может быть собран при его размере в 1,5 раза меньшем исходного. А раз так, то и издержки постоянного и переменного капитала, прибыль и арендная плата здесь будут соответственно меньше: прямые затраты — 66,6 тыс.руб., прибыль — 3,4 тыс.руб., арендная плата — 38 тыс.руб. Таким образом, стоимость 1 тыс.т зерна, собранного со второго участка, так же, как и с первого, будет составлять 108 тыс.руб. Главная трудность практической реализации предлагаемого подхода состоит в обосновании значений прибыли и арендной платы для участков различного качества. К сожалению, как в целом по стране, так и в разрезе ее регионов, отсутствует поземельный кадастр. Следовательно, от арендодателей не приходится ожидать обоснованных значений арендной платы. Они могут быть определены только из диалога землевладельца и арендатора. В таких условиях арендатор по своей сути всего лишь наемный работник арендодателя, а не хозяин результатов своего труда. Монополизм на средства производства приводит к тому, что доля арендатора в полученном им прибавочном продукте уменьшается до размера, которого не хватает даже для простого вос-

производства рабочей силы. Это приводит к вырождению производителя. Сегодня процесс деградации агрария проявляется в расширении зоны неперспективного земледелия, увеличения числа "мертвых" деревень и сел.

Сложившееся положение в аграрном секторе нашей экономики могут изменить меры по расширению прав земледельцев. В первую очередь должны быть пересмотрены задания Госзаказа. Эту форму диктата необходимо отменить раз и навсегда. Абсурдом представляется и деятельность Госкомцен по установлении цен на основные виды сельскохозяйственной продукции. В условиях же свободного предпринимательства появятся новые возможности наращивания продовольственного потенциала страны за счет развития агротехники, технической базы сельскохозяйственного производства, селекционной работы по улучшению сортов растений и пород животных.

В.Н.Иваненко, Н.А.Чернецов

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПАРКА ЗЕМЛЕРОЙНЫХ МАШИН

Планируемый объем земляных работ в строительном производстве может быть выполнен парком машин различного марочного и количественного состава. Только для механизации земляных работ промышленность страны выпускает свыше 60 марок экскаваторов, 50 марок бульдозеров, 20 марок скреперов и других типов машин. Если принять во внимание, что все они различаются по производительности, качеству, стоимости и другим показателям, возникает необходимость экономического обоснования структуры такого парка, который обеспечил бы минимальные издержки строительного производства в данных природных и производственных условиях.

Задача определения количественного и марочного состава парка землеройных машин для каждой строительной организации, управления, треста в условиях самофинансирования и хозрасчета приобретает первостепенное значение, т.к. в составе основных производственных фондов строительство составляет около 90%.

Существующие методы комплектования парка землеройных машин основаны на укрупненных нормативах (на 1 млн.руб. сметной стоимости строительных работ), поэтому не всегда правильно учитываются условия производства и не обеспечивается экономический критерий - минимум издержек производства.

В связи с переходом на рыночную реализацию техники строительные организации и управления механизации должны стремиться определить оптимальную потребность в технических средствах для осуществления плановых объемов земляных работ. При этом необходимо освободиться от излишка машин и в первую очередь тех, которые не обеспечивают снижения издержек эксплуатации, или планировать дополнительные объемы работ, чтобы машины не простаивали.

Аналогичные проблемы оптимизации структуры парка землеройных машин возникают в случае, когда предполагается увеличение парка машин (каких марок и в каких количествах) или создание нового парка. Для их решения необходимы экономико-математические методы исследования и ЭВМ.

Задачу оптимизации структуры парка землеройных машин поставим математически.

Введем обозначения:

- x_j - количество машин j -го типа в парке ($j = \overline{1, n}$) в расчетном году;
- d_j - максимально возможное количество машин j -го типа в парке;
- b_i - объем земляных работ i -го вида в расчетном году ($i = \overline{1, m}$), тыс.м³;
- P_{ij} - производительность машины j -го типа на i -ом виде работ в единицу времени, м³/ч;
- t_j - суммарное время работы машины j -го типа в расчетном году по условиям эксплуатации (с учетом возможных перемещений машины), ч;
- a_{ij} - производительность машины j -го типа на i -ом виде работ в год, тыс.м³;
- b_j - себестоимость работ, выполненных j -ой машиной в час, руб./ч;
- C_j - расчетная себестоимость выполненных работ j -ой машиной в расчетном году, руб./млн.;

K_j - балансовая стоимость j -ой машины, тыс.руб./маш.;
 E_n - коэффициент экономической эффективности капиталовложений,
 0.15;

Z_j - приведенные затраты для машины j -го типа в расчетном году, тыс.руб./маш.;

F - приведенные затраты по парку машин в расчетном году, тыс.руб./год.

Требуется найти такое сочетание типов землеройных машин в парке и в таких количествах (x_j), чтобы

1) в расчетном году обеспечить выполнение плановых объемов земляных работ (b_i) по всем видам;

2) свести к минимуму приведенные затраты (F) по всему парку машин.

Математически в принятых обозначениях задача оптимизации запишется так:

$$F = \sum_{j=1}^n Z_j x_j \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$x_j = 0, 1, 2, \dots, \alpha_j, \quad j = \overline{1, n}, \quad (3)$$

где

$$Z_j = E_n K_j + C_j \cdot 10^{-3},$$

$$C_j = S_j t_j; \quad a_{ij} = P_{ij} t_j \cdot 10^{-3}.$$

Задача (1)-(3) является задачей целочисленного программирования и может быть решена, например, методом ветвей и границ [3] или методом Гомори [4].

На алгоритмическом языке ФОРТРАН для ЕС ЭВМ составлена программа, реализующая решение задачи (1)-(3). В ней использована стандартная программа решения задачи линейного программирования симплексным методом (MEXST) с последующим доведением искомых переменных до целых значений методом Гомори.

Необходимая исходная информация для работы программы вводится в память ЭВМ с экрана дисплея (или с перфокарт) в трех форматах: АЗ, I4 и P8.3, где

А - признак символической информации;

I - признак целого значения;

P - признак вещественного значения;

3 - количество символов в одном слове;

4 - количество позиций, отведенных на экране дисплея под целое значение;

8.3 - 8 позиций отведено под вещественное значение, в том числе 3 позиции - под дробную часть.

Данные, описанные ниже под одним номером, на экране располагаются непрерывным потоком в отведенных для них позициях. В одной строке на экране должно быть не более 80 символов.

1. FID (8) - фамилия, инициалы ведущего расчета на ЭВМ, не более 24 символов начиная со второй позиции, АЗ;

2. N, KR - количество типов землеройных машин и количество видов земляных работ
 $(N \leq 20, KR \leq 20)$;

3. S(N) - массив из N чисел, P8.3, где S(j) - себестоимость работ j-ой машины в час, руб./ч;

4. ZK(N) - массив из N чисел, P8.3, где ZK(j) - балансовая стоимость j-ой машины, тыс.руб./маш.;

5. VR(N) - массив из N чисел, P8.3, где VR(j) - годовая фонд работы j-ой машины, ч;

6. PR(N1) - массив из $N1 = N \cdot KR$ чисел производительности машин по всем видам работ; непрерывным потоком производительность I-го типа машин по всем видам работ, затем 2-го также по всем видам, 3-го и т.д., P8.3, м³/ч;

7. B(KR) - массив из KR чисел, P8.3, где B(i) - объем земляных работ i-го вида в расчетном году, тыс.м³;

8. BX(N) - массив из N чисел, P8.3, где BX(j) - максимально возможное количество машин j-го типа в парке.

Все вещественные числа следует изображать на экране дисплея с десятичной точкой, тогда их можно свободно перемещать влево и вправо в отведенных для них 8 позиций.

Если в массиве чисел более 10, то они располагаются по 10 в каждой строке (в 80 позициях). Последняя строка может быть неполной.

Исходные данные готовятся в приведенной выше последовательности с использованием ежегодных отчетов строительных организаций и управления механизации, их перспективных планов работ и нормативных справочников /1,2,5/.

При вводе в ЭВМ исходные данные сопровождаются следующей управляющей программой в ОС ЕС:

```
// F7091VN 7082706219, 07P0UT016,
MSGLEVEL=1, REGION=2000
// 70841B 00 VOL=SER=818404, UNIT=SYS2
DSN=STMER, DISP=SNR
// EXEC PGM=PZM
// SYSPRINT DD SYSOUT=P
// F705F001 DD DDNAME=SYSIN
// F706F001 DD SYSOUT=A
// SYSIN DD *
//
< ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПОД № 1-8 >
```

На алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ) выводятся вначале исходные данные, только что поступившие в память ЭВМ. Это дает возможность проконтролировать правильность их формирования. Затем на АЦПУ выводятся результаты решения задачи оптимизации парка землеройных машин, в которых указаны объем, структура парка и приведенные совокупные затраты в расчетном году.

По программе проведены расчеты для Управления строительной механизации №1 г.Фрунзе Госстроя Киргизской ССР.

Согласно отчетным данным за 1988 год парк землеройных машин Управления включал 9 марок экскаваторов (37 машин) общей суммарной мощностью 23,5 м³ и 6 марок бульдозеров (35 машин) суммарной мощностью 53,6 т тяги. Общий годовая объем земляных работ, выполненных парком, составил 5803 тыс.м³, в том числе экскаваторами - 3501 тыс.м³.

В результате анализа мнений специалистов планового, производственного и эксплуатационного отделов по марочному составу машин было уточнено максимально возможное количество машин в каждой группе, а также определены машины, которые по эксплуатационным показателям не соответствуют профилю работ УСМ-I и могут быть исключены из парка.

В таблице приведены данные о структуре парка в 1988 г., его характеристиках и плановых объемах земляных работ, указанные аналогичные показатели после оптимизации парка, проведенной по разработанной программе с помощью ЭВМ.

Таблица
Экономический эффект от оптимизации парка дорожных машин УСМ-I

Показатель	: Величина : Отклонение : : показателя : показателя : : : : : : : : : : : : : : :			
	1	2	3	4
Общий объем земляных работ, (тыс.м ³ в год)	5802	5802	-	
в т.ч. выполняемых				
экскаваторами	3501	3501	-	
бульдозерами	2301	2301	-	
Количество машин в парке по маркам, (шт.)				
экскаваторы				
ЭО-5122	2	2	-	
Э-100II	2	2	-	
ЭО-5111	1	1	-	
ЭО-4121	14	15	+7,14	
Э-652	2	2	-	
ЭО-3322A	10	10	-	
ЭО-3311	4	4	-	
Э-304	2	1	-50	
УДС-114A	1	-	-	
бульдозеры				
Д-192	1	-	-100	

Продолжение таблицы

1	2	3	4
Д-271	1	-	-100
ДЗ-110	21	21	-
Д-521	2	-	-100
Д-606	8	1	-87,5
ДЗ-94С-1	2	-	-100
Балансовая стоимость парка машин, тыс.руб.	1798,7	1064,07	-59,1
Суммарная мощность			
экскаваторов, м ³	23,5	23,75	+1,0
бульдозеров, т тяги	53,5	37,65	-30
Приведенные годовые затраты, тыс.руб./год	1706,9	1269,8	
Годовой экономический эффект от оптимизации парка, тыс.руб./год	-	437,1	

Экономико-математические расчеты и проведенный анализ показали, что сложившаяся структура парка не соответствует объемам выполняемых работ. Количество бульдозеров для выполнения заданных объемов (2331 тыс.м³ в год) следует уменьшить на 13 единиц, а парк экскаваторов можно оставить на уровне существующего - 37 штук.

Оптимизация парка с помощью ЭВМ позволит сократить основные производственные фонды УСМ-1 на 732 тыс.руб. при снижении суммарной тяговой мощности бульдозеров на 30%. Годовой экономический эффект от оптимизации парка составит 437,1 тыс.руб. Высвободившиеся средства могут быть использованы для совершенствования парка дорожных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методические указания по определению экономической эффективности новой техники, технологий, изобретений и рационализаторских предложений в отраслях строительного, дорожного и коммунального машиностроения. - М.: ВНИИ Стройдор-маш, 1977.
2. Определение расчетной себестоимости эксплуатации машин в строительстве. - М.: Стройиздат, 1973.

3. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. - Минск; АН БССР, 1976. - Вып.9.
4. Данциг Д. Линейное программирование, его применения и обобщения. - М.: Прогресс, 1966.
5. Гарики Н.Г. и др. Машины для земляных работ. - М.: Стройиздат, 1981.

А.К.Хасмыкулов, К.С.Сейталиева

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОСНОВНЫХ ФОНДОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СРЕДНЕСРОЧНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАВНИВАНИЕ ДИНАМИКИ ПО ЛИНИИ. Задача состоит в следующем: найти плавную линию развития данного явления, характеризующую основную тенденцию его динамики. Если фактические данные ряда динамики нанести на график, то получается ломаная линия. Выравнивание ее может быть проведено по прямой или какой-либо другой линии, выражающей функциональную зависимость данных ряда динамики от времени.

Наша задача состоит в нахождении формы выравнивания, т.е. подборе подходящей функции.

Рассмотрим, как производится выравнивание ряда динамики по прямой линии.

Пусть имеем уравнение прямой линии

$$\bar{y}_t = a + bt, \quad (1)$$

где $\bar{y}_t$ - значения данных выравниваемого ряда, которые нужно вычислить;

a и b - параметры прямой;

t - показатели времени (дни, месяцы, годы и т.д.).

Задача сводится к нахождению теоретических данных $\bar{y}_t$. Она решается способом наименьших квадратов, логический смысл которого заключается в том, что вычисленная прямая, выравнивающая ряд, должна проходить максимально близко к фактическим данным. Математически это означает, что сумма квадратов отклонений (разность между фактическими и теоретическими данными) должна быть наименьшей.

Способ наименьших квадратов дает систему двух нормальных уравнений для нахождения параметров a и b искомой прямой линии:

$$\begin{cases} an + b \sum t = \sum y, \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum yt, \end{cases}$$

где y — данные фактического ряда динамики,
 n — число членов ряда.

Определив параметры a и b , легко вычислить теоретические данные, т.е. ординаты точек искомой прямой $\bar{y}_t$.

Используем данный метод для решения нашей задачи с данными о вводе основных фондов в экономическом регионе.

Пусть дан ряд чисел, составленный из данных о вводе основных фондов в Киргизской ССР (в млн.руб.):

Год	:1965:	1966:	1967:	1968:	1969:	1970:	1971:	1972:	1973:	1974
Ввод основ. фондов	: 430:	434:	507:	559:	561:	670:	692:	712:	739:	814

Год	:1975:	1976:	1977:	1978:	1979:	1980:	1981:	1982:	1983
Ввод основ. фондов	: 994:	816:	866:	917:	990:	994:	1025:	961:	1040

Задача заключается в том, чтобы осуществить методом линейной регрессии прогноз, а также верификацию полученных результатов на 1979-1983 гг.

Для решения задачи нужно решить уравнение

$$\bar{y}_t = a + bt. \quad (2)$$

С использованием программы "СТАТ 1" из библиотеки программ получено регрессионное уравнение

$$\bar{y}_t = 79037,284 + 40,442t \quad (3)$$

для данных с 1965 по 1978 г.

* Борсайт Форда Э. и др. Машинные методы математических вычислений. — М.: Мир, 1980.

Вводя произвольное значение t в уравнение (3), можно получить необходимый прогноз. В табл.1 даны фактические значения, прогнозируемые данные, полученные из уравнения (3), и разница между действительными и прогнозируемыми значениями.

Таблица 1

Год	: 1979 :	1980 :	1981 :	1982 :	1983
Прогноз. данные	: 996,96 :	1037,4 :	1077,81 :	1118,23 :	1158,7
Фактич. данные	: 990 :	994 :	1025 :	961 :	1040
Ошибка	: 6,96 :	43,4 :	52,81 :	157,28 :	118,7

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ЭКСПОНЕНТА. Метод заключается в составлении уравнений вида

$$\bar{y}_t = a + be^{ct},$$

где параметры a , b и c определяются способом наименьших квадратов по формулам

$$c = \frac{(n-1) \sum_{t=1}^{n-1} y_t y_{t+1} - \sum_{t=1}^{n-1} y_t \sum_{t=1}^{n-1} y_{t+1}}{(n-1) \sum_{t=1}^{n-1} y_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-1} y_t \right)^2},$$

$$a = \frac{\sum_{t=1}^n y_t - b \sum_{t=1}^n e^{ct}}{n},$$

$$b = \frac{n \sum_{t=1}^n e^{ct} y_t - \sum_{t=1}^n e^{ct} \sum_{t=1}^n y_t}{n \sum_{t=1}^n e^{ct} - \left(\sum_{t=1}^n e^{ct} \right)^2},$$

полученным из системы двух уравнений

$$\begin{cases} an + b \sum e^{ct} = \sum y, \\ a \sum e^{ct} + b \sum e^{ct^2} = \sum ye^{ct}. \end{cases}$$

Метод модифицированной экспоненты является основным в крилолинейном выравнивании. При помощи некоторых преобразований из него можно получить методы, рассматриваемые ниже.

Для вычисления параметров a , b и c составлена программа на машинном языке IBM/ОК и произведены необходимые расчеты на ЭВМ "ИСКРА-226". В результате получено уравнение

$$\bar{y}_t = 970,22 + (-714,5) \cdot 0,861^t$$

и теоретические данные $\bar{y}_t$, по которым можно составить прогноз на необходимый период.

Кривую $\bar{y}_t$ и фактические значения y (ломаная) можно показать графически.

КРИВАЯ ГЕМПЕРЦА. Данная кривая строится по значениям уравнения

$$\bar{y}_t = a \cdot b \cdot c^t \quad (4)$$

Логарифмируем

$$\lg \bar{y}_t = \lg a + c^t \lg b$$

Введем обозначения

$$\lg \bar{y}_t = Y_t, \quad \lg a = a', \quad \lg b = b',$$

тогда уравнение (4) примет вид модифицированной экспоненты

$$Y_t = a' + b' \cdot c^t$$

Параметры a' , b' и c' находятся как параметры модифицированной экспоненты, а значения a и b находим по формуле

$$a = \text{antilga} a',$$

$$b = \text{antilgb} b'$$

После расчетов получено уравнение

$$\bar{y}_t = 1039,66 \cdot 0,328^t$$

Подставляя значения $t = 1, 2, \dots, 22$, получим кривую Гемперца, по которой можно составить прогноз на любой период.

ЛОГИСТИЧЕСКАЯ КРИВАЯ. Логистическая кривая, заданная уравнением

$$\bar{y}_t = 1/(a + b \cdot c^t) \quad (5)$$

так же, как и кривая Гемперца, сводится преобразованием к модифицированной экспоненте.

Произведем над уравнением (5) обратное преобразование:

$$\frac{1}{\bar{y}_t} = a + b \cdot c^t, \quad \text{где } \frac{1}{\bar{y}_t} = Y_t.$$

Тогда $Y_t = a + b \cdot c^t$ является уравнением модифицированной экспоненты.

В результате расчета a , b и c получено уравнение

$$\bar{y}_t = 1/(0,00092 + 0,00178 \cdot 0,841^t),$$

по которому можно построить логистическую кривую, дающую прогноз на заданный промежуток времени.

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГНОЗА. На основе результатов, полученных выше, можно определить, какой из четырех методов дает наилучшее решение поставленной задачи. Для этого необходимо вычислить меры точности прогноза: сумму квадратов ошибок, средний квадрат ошибок, среднюю ошибку, среднеабсолютную ошибку и среднюю процентную ошибку.

Введем обозначения:

A - сумма квадратов ошибок, B - средний квадрат ошибок, C - средняя ошибка, D - среднеабсолютная ошибка, F - средняя процентная ошибка, d_t - данные текущего наблюдения, l_t - ошибка.

$$A = \sum_{t=0}^{n-1} l_t^2, \quad B = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} l_t^2, \quad C = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} l_t,$$

$$D = \frac{1}{n} \left(\sum_{t=0}^{n-1} \frac{|l_t|}{d_t} \right) \cdot 100, \quad F = \frac{1}{n} \left(\sum_{t=0}^{n-1} \frac{l_t}{d_t} \right) \cdot 100.$$

Для расчетов мер точности прогноза использована ЭВМ, в результате получены следующие таблицы.

Таблица 2

Кривая	: Сумма квадратов ошибок
Линейная регрессия	14161
Модифицированная экспонента	12 321
Кривая Гемперца	4 624
Логистическая кривая	900

Таблица 3

Кривая	: Среднее квадратов ошибок
Линейная регрессия	3540,25
Модифицированная экспонента	3080,25
Кривая Гомпертца	1156
Логистическая кривая	225

Таблица 4

Кривая	: Средняя ошибка
Линейная регрессия	29,75
Модифицированная экспонента	-27,75
Кривая Гомпертца	-17
Логистическая кривая	-7,5

Таблица 5

Кривая	: Среднеабсолютная : процентная ошибка
Линейная регрессия	2,861
Модифицированная экспонента	2,668
Кривая Гомпертца	1,635
Логистическая кривая	0,721

Таблица 6

Кривая	: Средняя процентная ошибка
Линейная регрессия	2,861
Модифицированная экспонента	-2,668
Кривая Гомпертца	-1,635
Логистическая кривая	-0,721

Из таблиц видно, что логистическая кривая дает прогноз с наименьшей ошибкой, т.е. с наибольшей точностью. Следовательно, при исследовании динамики показателей основных фондов лучше всего использовать метод логистической кривой.

В.З.Меренков, В.Н.Иваненко,
Р.Г.Бобрус, Е.Н.Герасименко

МЕТОДИКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ УРОЖАЙНОСТИ И СЕБЕСТОИМОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР ДЛЯ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДНЫХ РЕСУРСОВ

Основой модели оптимизации использования водоземельных ресурсов в регионе является положение о том, что оптимальное водораспределение на избыточной схеме оросительных систем укажет те каналы, тракты, водохранилища и земельные массивы, которые необходимы для максимального использования водных ресурсов рассматриваемого региона. При этом избыточная схема может быть получена путем дополнения существующих магистральных каналов и оросительных систем новыми каналами и оросительными системами, технически осуществимыми.

В математической модели этой задачи оптимизации* в качестве исходных среди прочих используются данные о перспективных урожайностях и себестоимостях сельхозкультур. Однако такой информации, которая обеспечила бы требования задачи оптимизации, нет ни в проектных институтах, ни у директивных органов. В то же время уже накоплен большой опыт прогнозирования урожайности, а воспользоваться им, к сожалению, не удается, т.к. методики прогнозирования привязаны к специфическим особенностям моделей и региона. В условиях отсутствия необходимой информации появилась потребность в разработке

* Меренков В.З., Герасименко Е.Н., Инкижев В.И. Экономико-математическое обоснование развития орошения в Иссык-Куль-Чуйской водохозяйственной системе//Автоматизация водораспределения и полива. - Фрунзе, 1984. - С.14-23.

частной методики прогнозирования урожайности и себестоимости по всем культурам и районам их возделывания для данного региона.

Первоначальная идея прогнозирования урожайности сельскохозяйств в бассейне р. Чу базировалась на классическом представлении о том, что хотя на урожайность оказывает влияние множество факторов, но с помощью корреляционного анализа из них можно выбрать существенные и построить на их основе достаточно простую регрессионную модель. Предварительный анализ этого подхода показал, что общепринятые факторы – типы почв и их структура, химический состав, уровень подземных вод, осадки, ветровые характеристики, температурный и др. – почти не представлены числовыми показателями из-за отсутствия необходимых экспериментальных данных. Ретроспективные данные об урожайности сельскохозяйств не сопровождаются сведениями о других факторах, влияющих на урожайность, кроме номера года, т.е. фактически реализована зависимость год-урожайность. Это резко сузило первоначальный замысел и свело задачу прогнозирования к поиску зависимости $y = f(t)$, где t – время (годы). При выборе ее вида учитывалось следующее.

Из года в год в сельском хозяйстве страны ведутся работы по обеспечению его сельскохозяйственной техникой, удобрениями, улучшению сортности сельскохозяйств и т.д., что, в конечном счете обеспечивает неуклонное повышение урожайности, увеличение производства сельхозпродукции. В последние годы влияние этих факторов на рост урожайности несколько уменьшилось в силу того, что многие из них подошли к уровню насыщения. И это необходимо было учесть при выборе зависимости $y = f(t)$. Подходящей оказалась дробно-линейная функция

$$y = \frac{a_0 + a_1 t}{t + b_0}, \quad (1)$$

где a_0, a_1 – неизвестные параметры.

График этой зависимости (рис.1) показывает, что при $b_0 > 0$ в точке $t = -b_0$ отмечается особенность – функция терпит разрыв и четыре ее ветви I, II, III и IV асимптотически приближаются к прямой $y = a_1$, при t , стремящемся к $\pm \infty$.

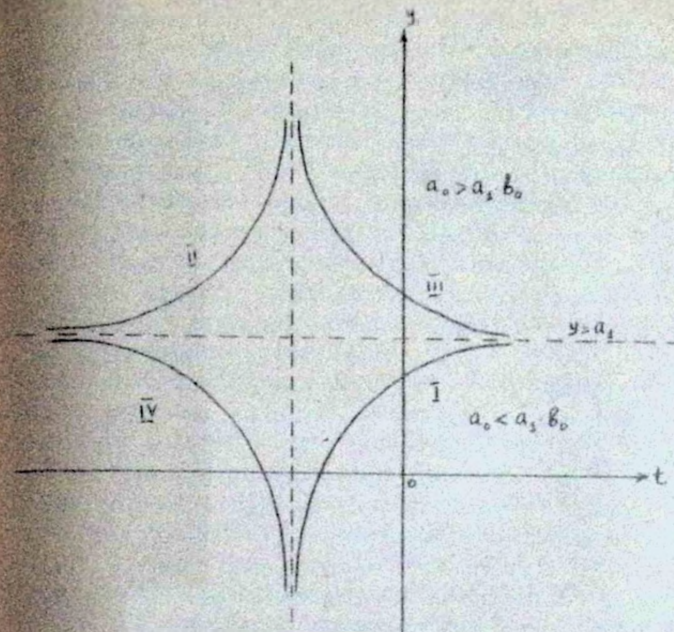


Рис.1. График зависимости $y = \frac{a_0 + a_1 t}{t + b_0}$.

При $t > b_0$, если $a_0 > a_1 b_0$, реализуется ветвь III, если $a_0 < a_1 b_0$ – ветвь I. Случай, когда $a_1 > 0$, представлен на рис.1. Как видно из рисунка, наиболее подходящей для прогнозирования урожайности является ветвь I. На начальной стадии (при t , близком к b_0 , но большем b_0) значение y резко возрастает с увеличением t . Затем рост уменьшается и функция входит в условно линейную область. Такой характер роста на различных стадиях отражает общую динамику урожайности сельскохозяйств: по мере стабилизации всех влияющих факторов на оптимальном уровне уменьшаются возможности повышения урожайности, достигая предельного для данного сорта уровня (величины a_1). Подбирая параметр a_0 , можно менять темп

роста функции в положительной области t , т.е. функция (I) обладает необходимой гибкостью, чтобы подстроиться под разнообразные исходные данные ретроспективного характера.

В отличие от I ветвь III может характеризовать асимптотически уменьшающуюся функцию. Для прогнозирования урожайности эта ветвь интереса не представляет, т.к. вся деятельность человека носит целенаправленный характер, обеспечивающий или рост урожайности, или поддержание ее на достигнутом уровне. Фактически имеющие место понижения урожайности можно объяснить ухудшением технологии возделывания сельскохозяйств, безответственностью и потребительским отношением к земле. Учитывать эти причины в будущем при прогнозировании не следует. Для их устранения (на уровне обработки ретроспективных данных, используемых при прогнозировании, куда они входит организационная часть, это является сложной задачей) предложен путь, состоящий в том, что наряду с ретроспективными данными рассматривается ожидаемая (желаемая) экспертная оценка урожайности в конкретном экспертном году перспективы.

Значение экспертной урожайности обычно превышает достигнутый максимальный уровень ее в прошлые годы, поэтому обеспечивает в прогнозных расчетах выбор ветви I (рис.1) вместо ветви III даже в том случае, если в последние годы ретроспективного ряда отмечается снижение урожайности. Здесь есть определенный субъективизм, но зато прогнозные значения хорошо воспринимаются специалистами и в целом являются убедительными.

Следует отметить, что в результате расчетов методом наименьших квадратов экспертная оценка, как правило, никогда в указанный год не достигается, если она значительно выше среднесуточной. В то же время расчетная урожайность в экспертном году обычно обладает некоторой стабильностью по сравнению с вариациями экспертной урожайности.

Также малое влияние на расчетные показатели оказывает величина δ . Видно, чтобы она была положительна, это обеспечивает перемещение зоны наибольшего изменения функций в область отрицательных значений t , т.е. за пределы реальных значений ретроспективных лет. Поэтому допустимо считать δ постоянным, величину его можно подобрать опытным путем.

Для прогнозирования себестоимости возделывания сельскохозяйств целесообразно использовать ветвь III (рис.1), т.к. с увеличением урожайности себестоимость продукции обычно уменьшается. Это дает возможность осуществить прогноз себестоимости на той же основе, что и прогноз урожайности, т.е. по одной зависимости (I). Однако в отличие от урожайности при прогнозировании себестоимости экспертные оценки не могут быть использованы, т.к. себестоимость отражает затраты на I га по сложившейся технологии возделывания сельскохозяйств.

Затраты в пересчете на I га подвержены меньшей изменчивости в силу того, что значительная их часть является постоянной, определяемой обязательными расходами на выдерживание технологии возделывания сельскохозяйств, а другая часть изменяется с изменением урожайности. Поэтому задание экспертной оценки для себестоимости почти равноценно заданию экспертной оценки урожайности. А поскольку оценка для урожайности уже использована, то для себестоимости ее задание является излишним. В остальном методика прогнозирования себестоимости не отличается от методики прогнозирования урожайности. Если данные по урожайности и себестоимости взаимосвязаны и отражают верную тенденцию их изменения, то в результате применения метода наименьших квадратов при прогнозировании урожайности для установления параметров зависимости (I) автоматически используется ветвь I (рис.1), а для прогнозирования себестоимости — ветвь III.

В целом методика прогнозирования урожайности и себестоимости заключается в следующем (рис.2).

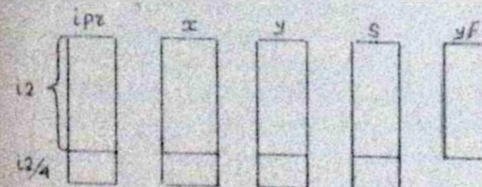


Рис.2. Макет размещения исходных данных для прогнозирования.

Исходные данные последовательно заполняют начало массива ∞ в количестве i_2 , оставшуюся часть ($i_2/4$) заполняют след. В массиве ∞ размещаются номера годов t , последняя часть массива ($i_2/4$ чисел) состоит из номеров экспертного года и заполняется алгоритмически. Затем данные поступают в массив y в строгом соответствии с последовательностью годов массива ∞ . В последней части массива y - данные, полученные на основе экспертной урожайности. При этом в массив y для каждого года t поступают величины, преобразованные по формуле

$$y^* = y(t + b_0).$$

Одновременно заполняется массив y^F значениями ретроспективной урожайности, массив S - значениями себестоимости в строгом соответствии с предыдущими массивами ∞ и y . Последняя часть массива S из $i_2/4$ чисел остается свободной.

В массиве i_{p2} формируются признаки возможности или невозможности использования конкретного года и всех его показателей: y , S , y^F . Если соответствующий элемент массива i_{p2} равен 1, то этот год следует использовать, если равен 0, то год со всеми показателями игнорируется в расчетах. Это дает возможность без переформирования исходных данных удалить из первоначально приведенной в ЭВМ информации ту, которая окажется за пределами доверительного интервала.

После заполнения массивов осуществляется процедура метода наименьших квадратов между ∞ и y для установления параметров зависимости $y^* = a_0 + a_1 t$. Полученные параметры a_0 и a_1 дают возможность при необходимости вычислить значения урожайности для тех же лет, которые записаны в массиве ∞ , и сравнить их с фактическими значениями, хранящимися в массиве y^F . Результаты сравнения можно выразить критериями Фишера и другими оценками.

Далее вместо номеров годов в массиве ∞ записываются значения урожайности из массива y^F , а в массив y помещаются значения, вычисленные на базе себестоимости по формуле $S^* = S(y + b_0)$, и расчет повторяется по процедуре метода наименьших квадратов.

Новые полученные параметры C_0 , C_1 из аналогичной зависимости $S^* = C_0 + C_1 y$ определяют прогнозную функцию

$$S = \frac{C_0 + C_1 y}{y + b_0}, \quad (2)$$

которая позволяет рассчитать себестоимость и сравнить ее с фактической. Кроме того, формулы (1) и (2), а также найденные параметры a_0 , a_1 , C_0 , C_1 , дает возможность вычислять согласованные друг с другом значения урожайности и себестоимости для любого года перспективы.

По разработанной методике создан комплекс программ на ЕС ЭВМ, проведены расчеты урожайности и себестоимости по всем сельскохозяйственным возделываемым в районах республиканского подчинения и Иссык-Кульской области Киргизской ССР.

Для примера приведем исходные и перспективные значения урожайности и себестоимости по культуре озимая пшеница орошаемая в Аламединском районе. В качестве ретроспективных урожайностей и себестоимостей приняты данные по хозяйствам за 1977-1983 гг., предоставленные институтом Киргизгипроводхоз (табл.1).

На ЭВМ рассчитаны перспективные значения до 2016 г. (табл.2).

Значения коэффициентов для урожайности

$$a_0 = 920,8911; a_1 = 59,2646.$$

Значения коэффициентов для себестоимости

$$C_0 = 335,5681; C_1 = 3,0866.$$

Итак, по культуре получены формулы в виде (1) и (2): для прогнозирования урожайности

$$y = \frac{920,8911 + 59,2646 \cdot t}{t + 23},$$

для прогнозирования себестоимости

$$S = \frac{335,5681 + 3,0866 \cdot y}{y + 23}.$$

Таблица 1
Урожайность и себестоимость по годам (исходные данные)

Год	Урожайность, ц/га	Себестоимость, руб./ц
1977	37,20	6,88
1978	36,90	5,62
1979	41,80	6,09
1980	41,30	10,30
1981	37,80	8,74
1982	21,70	13,70
1983	27,00	14,73
1977	27,50	5,13
1978	53,60	4,80
1979	41,10	5,17
1980	46,50	5,38
1981	44,90	5,14
1982	50,70	5,45
1977	43,70	4,60
1978	51,50	5,30
1979	46,30	8,82
1980	55,30	11,22
1981	43,00	9,97
1982	43,00	5,30
1983	55,00	12,50
1977	34,66	5,40
1978	49,60	5,40
1979	41,40	6,20
1980	36,50	8,86
1981	36,30	7,50
1982	43,00	2,90
1983	45,00	4,93

Таблица 2
Урожайность и себестоимость по годам (прогноз)

Год	Урожайность, ц/га	Себестоимость, руб./ц
1977	40,04	7,28
1978	40,84	7,23
1979	41,58	7,18
1980	42,26	7,14
1981	42,89	7,10
1982	43,47	7,07
1983	44,02	7,03
1984	44,52	7,00
1985	45,00	6,98
1986	45,45	6,95
1987	45,86	6,93
1988	46,26	6,91
1989	46,63	6,89
1990	46,98	6,87
1991	47,31	6,85
1992	47,63	6,83
1993	47,93	6,82
1994	48,21	6,80
1995	48,48	6,79
1996	48,74	6,77
1997	48,98	6,76
1998	49,21	6,75
1999	49,44	6,74
2000	49,65	6,73
2001	49,86	6,72
2002	50,05	6,71
2003	50,24	6,70
2004	50,42	6,69
2005	50,59	6,68
2006	50,76	6,67
2007	50,92	6,67
2008	51,08	6,66
2009	51,22	6,65
2010	51,37	6,64

1	2	3
2011	51,51	6,64
2012	51,64	6,63
2013	51,77	6,63
2014	51,89	6,62
2015	52,02	6,61
2016	52,13	6,61

Исходные и прогнозные данные приведены на рис. 3 и 4.

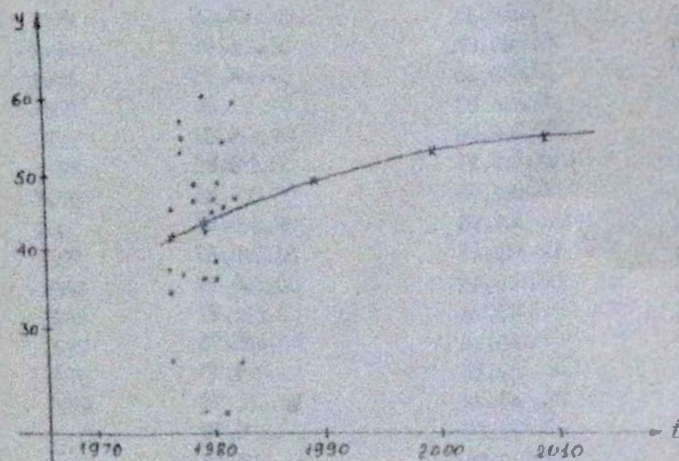


Рис. 3. Урожайность озимой пшеницы озимой.

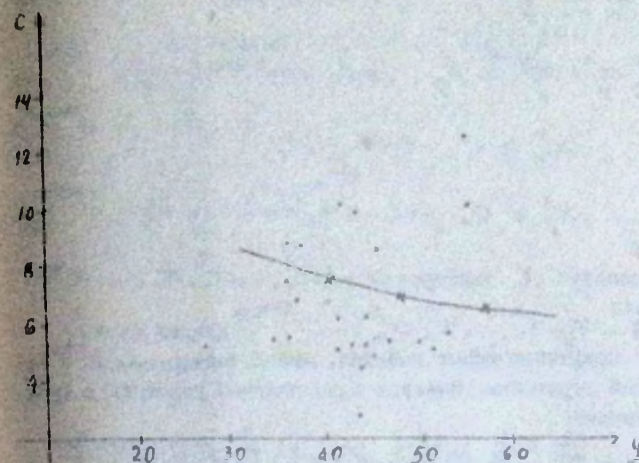


Рис. 4. Себестоимость озимой пшеницы озимой.

Совокупность точек (y_i, t_i) ($i = \overline{1, 25}$) на рис. 3 не дает возможности предположить вид зависимости $y = f(t)$. Однако удачно выбранная дробно-линейная функция в виде (I) позволяет кривой пройти через массу ретроспективных точек и в перспективе в 2010 г. достичь экспертной оценки урожайности 50 ц/га, полученной по данным посевных участков. Аналогично поведение кривой себестоимости возделывания культуры на рис. 4, которая в перспективе закономерно снижается с ростом урожайности.

В.Г.Данга, Д.С.Вичков

СОГЛАСОВАНИЕ ИНТЕРЕСОВ СТОРОН В КОНФИЛИКТНОЙ СИТУАЦИИ С ОДНИМ ПЛАНЫМ УЧАСТНИКОМ

Рассмотрим задачу. Пусть следующая система разности и неравенств

$$x_i^z + \sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^{k_j^z} b_{ij}^{\kappa z} x_j^{\kappa} = b_i^z, \quad z=1, \dots, z_0, \quad (I)$$

$$\sum_{\kappa=1}^{k_j^z} a_{ij}^{\kappa z} x_j^{\kappa} + x_j^{z+z} = b_j^z, \quad j=1, \dots, n, \quad z=1, \dots, z_0, \quad (2)$$

$$x_i^z \geq 0, \quad z=1, \dots, z_0, \quad (3)$$

$$x_j^{\kappa} \geq 0, \quad j=1, \dots, n, \quad \kappa=1, \dots, k_j^z, \quad (4)$$

задает множество X векторов $x = \{x_1^1, \dots, x_{z_0}^1, x_1^2, \dots, x_{z_0}^2, \dots, x_1^{k_1^z}, \dots, x_{z_0}^{k_1^z}, \dots, x_1^{k_1^z}, \dots, x_{z_0}^{k_1^z}\}^T$. Каждый из $n+1$ участников конфликта может выбирать любой вектор $x \in X$ в качестве своей стратегии. Известен один главный участник с функцией полезности

$$L_0(x, p, \lambda) = \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{\kappa=1}^{k_j^z} (c_j^{\kappa z} + p_j - \lambda_j^{\kappa}) x_j^{\kappa} - \sum_{\kappa=1}^{k_j^z} \lambda_j^{\kappa z} x_j^{z+z} \right\}$$

и n равноправных с функциями полезности

$$L_j(x, \lambda) = \sum_{\kappa=1}^{k_j^z} (a_j^{\kappa z} + \lambda_j^{\kappa}) x_j^{\kappa} + \sum_{\kappa=1}^{k_j^z} \lambda_j^{\kappa z} x_j^{z+z}, \quad j=1, \dots, n.$$

Требуется определить множество $X^* \subseteq X$ векторов x , обладающих следующим свойством.

Для любого $\bar{x} \in X^*$ существуют непустые множества $Z(x)$, $\lambda(\bar{x})$ векторов

$$p = \{p_1, p_2, \dots, p_1, p_2, \dots, p_2, \dots, p_n, p_n, \dots, p_n\}^T.$$

$$\lambda = \{0, \dots, 0, \lambda_1^1, \dots, \lambda_{z_0}^1, \lambda_1^2, \dots, \lambda_{z_0}^2, \dots, \lambda_1^{k_1^z}, \dots, \lambda_{z_0}^{k_1^z}, \dots, \lambda_1^{k_1^z}, \dots, \lambda_{z_0}^{k_1^z}\}^T$$

$$\lambda_1^{k_1^z}, \dots, \lambda_{z_0}^{k_1^z}, \dots, \lambda_1^{k_1^z}, \dots, \lambda_{z_0}^{k_1^z}, \dots, \lambda_1^{k_1^z}, \dots, \lambda_{z_0}^{k_1^z}\}^T$$

таким, что произвольная тройка векторов $(\bar{x}, p^*, \lambda^*), p^* \in Z(x)$, $\lambda^* \in \lambda(\bar{x})$ удовлетворяет соотношениям

$$L_0(\bar{x}, p^*, \lambda^*) = \max_{x \in X} \{L_0(x, p^*, \lambda^*)\}, \quad (5)$$

$$L_j(\bar{x}, \lambda^*) = \max_{x \in X} \{L_j(x, \lambda^*)\}, \quad j=1, \dots, n, \quad (6)$$

$$L_j^{\max} = L_j(\bar{x}, \lambda^*), \quad j=1, \dots, n, \quad (7)$$

$$L_0^{\max} = L_0(\bar{x}, p^*, \lambda^*), \quad (8)$$

где

$$L_j^{\max} = \max_{x \in X_j} \{L_j(x, 0)\}, \quad j=1, \dots, n, \quad (9)$$

$$L_0^{\max} = \max_{x \in X_0} \{L_0(x, \bar{p}, 0)\}, \quad (10)$$

X_0 - множество неотрицательных решений системы линейных алгебраических уравнений (I).

X_j , $j=1, \dots, n$ - множество неотрицательных решений системы (I) и системы

$$\sum_{\kappa=1}^{k_j^z} a_{ij}^{\kappa z} x_j^{\kappa} + x_j^{z+z} = b_j^z, \quad z=1, \dots, z_0, \quad (II)$$

$b_j^z, b_{z_0}^z, z=1, \dots, z_0, a_{ij}^{\kappa z}, b_{ij}^z, z=1, \dots, z_0, c_j^{\kappa}, a_j^{\kappa}, j=1, \dots, n, \kappa=1, \dots, k_j^z$ - данные задачи. Исследуем вопрос о разрешимости поставленной задачи.

Очевидно, что для разрешимости поставленной задачи необходимо непустота множества X . Поэтому в дальнейшем всегда будем считать, что множество X не пусто. Кроме того будем считать, что множество X ограничено и ранг p системы (I), (2) равен $\sum_{j=1}^n z_j$.

Рассмотрим сначала случай, когда для искомого $\bar{x}$ требуется существование только множества $\lambda(\bar{x})$ и выполнение соотношений (5)-(7) при $p^* \equiv 0$.

Введем в рассмотрение вспомогательную экстремальную задачу, которую сформулируем следующим образом.

Найти наибольшее значение линейной формы

$$L(x, 0) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{K_j} (c_j^k + d_j^k) x_j^k \quad (12)$$

на множестве X , заданном ограничениями (1)–(4).

Эта задача является обычной задачей линейного программирования, методы решения которой хорошо разработаны. Пусть x – произвольный опорный план задачи (10), (1)–(4).

Обозначим набор индексов $\{(j^s, \kappa^s), (j^s, \kappa^s), \dots, (j^s, \kappa^s)\}$ соответствующих базисным переменным опорного плана, через B .

Далее, пусть $S = \{1, 2, \dots, p\}$,

$$B_j = \{(j^s, \kappa^s) / (j^s, \kappa^s) \in B, j^s = j, s \in S\},$$

$$S_j = \{s / j^s = j, s \in S\},$$

$$\bar{S}_j = \{s / s \in S_j, \kappa^s \leq \bar{\kappa}_j\},$$

$$\bar{S}_j = \{s / s \in S_j, \kappa_j < \kappa^s \leq \bar{\kappa}_j\}, \bar{\kappa}_j = \bar{\kappa}_j + \kappa_j, j = 0, \dots, n, \kappa_j = 0$$

$$A_0^k = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{n-1}, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{\kappa_n - \kappa}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{\kappa + \kappa_1}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\kappa_n + \kappa_n}\}, \kappa = 1, \dots, \kappa_0,$$

$$A_j^k = \{\underbrace{e_{j_1}^k, \dots, e_{j_{p_j}}^k}_{\tau_n}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_1}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_{j-1}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_j}, \underbrace{a_{j_1}^k, \dots, a_{j_{p_j}}^k}_{\tau_{j+1}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_{j+2}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_n}\}, j = 1, \dots, n, \kappa = 1, \dots, \bar{\kappa}_j,$$

$$A_j^{s, \kappa} = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_0}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_1}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_{j-1}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_j}, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{\tau_{j+1}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_{j+2}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{\tau_n}\}, j = 1, \dots, n, \kappa = 1, \dots, \bar{\kappa}_j,$$

Очевидно, что

$$\bigcup_{j=0}^n B_j = B, \bigcup_{j=0}^n S_j = S, S_j = \bar{S}_j \cup \bar{S}_j, j = 0, \dots, n$$

Тогда оценка векторов условий $A_j^k, j = 0, \dots, n, \kappa = 1, \dots, \bar{\kappa}_j$, опорного плана x представима в виде

$$A_j^k = \begin{cases} \sum_{q=1}^n \sum_{s \in S_q} (c_{j_s}^{k_s} + d_{j_s}^{k_s}) x_{j_s}^k - (c_j^k + d_j^k), & \kappa = 1, \dots, \kappa_j, \\ \sum_{q=1}^n \sum_{s \in S_q} (c_{j_s}^{k_s} + d_{j_s}^{k_s}) x_{j_s}^k, & \kappa = \kappa_j + 1, \dots, \bar{\kappa}_j, \end{cases} \quad (13)$$

где $x_{j_s}^k$ – S -я компонента разложения вектора $A_j^k, j = 0, \dots, n, \kappa = 1, \dots, \bar{\kappa}_j$, по базисным векторам $A_{j_s}^{k_s}, s = 1, \dots, p$.

Согласно первому признаку оптимальности*, для оптимальности опорного плана x задачи (10), (1)–(4) достаточно выполнения соотношений $A_j^k \geq 0, j = 0, 1, \dots, n, \kappa = 1, \dots, \bar{\kappa}_j$.

В случае, если x – невырожденный опорный план, указанное условие является и необходимым.

План x является опорным и для следующих задач.

ЗАДАЧА A_0 . Найти $\max \{L_0(x, \lambda)\}$ при произвольно заданном векторе λ .

ЗАДАЧА $A_q, q = 1, \dots, n$. Найти $\max \{L_q(x, \lambda)\}$ при произвольно заданном векторе λ .

Выпишем оценки векторов условий $A_j^k, j = 0, 1, \dots, n, \kappa = 1, \dots, \bar{\kappa}_j$, задач $A_q, q = 0, \dots, n$, относительно базиса опорного плана x .

Имеем оценки для A_0 задачи

$$A_0^k(x, \lambda) = \begin{cases} \sum_{q=1}^n \left\{ \sum_{s \in S_q} (c_{j_s}^{k_s} - \lambda_{j_s}^{k_s}) x_{j_s}^k - \sum_{s \in S_{j_0}} \lambda_{j_0}^{k_s} x_{j_0}^k \right\} - (c_j^k - \lambda_j^k), & \kappa = 1, \dots, \kappa_j, \\ \sum_{q=1}^n \left\{ \sum_{s \in S_q} (c_{j_s}^{k_s} - \lambda_{j_s}^{k_s}) x_{j_s}^k - \sum_{s \in S_{j_0}} \lambda_{j_0}^{k_s} x_{j_0}^k \right\} + \lambda_j^k, & \kappa = \kappa_j + 1, \dots, \bar{\kappa}_j. \end{cases}$$

* Гольштейн Е.Г., Удин Д.Б. Линейное программирование. М.: Наука, 1969.

Аналогично для каждой A_q -ой, $q=1, \dots, n$, задачи имеем

$$\Delta_{qj}^k(\lambda) = \begin{cases} \sum_{s \in S_q} (a_{js}^{k^s} + \lambda_{js}^{k^s}) x_j^k + \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k, j \neq q, j=0, \dots, n, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ \sum_{s \in S_q} (a_{js}^{k^s} + \lambda_{js}^{k^s}) x_j^k + \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k - (a_{jj}^{k^s} + \lambda_{jj}^{k^s}), j=q, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ \sum_{s \in S_q} (a_{js}^{k^s} + \lambda_{js}^{k^s}) x_j^k + \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k - \lambda_j^k, j=q, k=\bar{k}_j+1, \dots, \bar{k}_j \end{cases}$$

Обозначим

$$\Delta_q^k = \begin{cases} \sum_{j=1}^n \sum_{s \in S_q} c_{js}^{k^s} x_j^k - c_j^k, k=1, \dots, \bar{k}_j, j=1, \dots, n, \\ \sum_{j=1}^n \sum_{s \in S_q} c_{js}^{k^s} x_j^k, k=\bar{k}_j+1, \dots, \bar{k}_j, j=1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta_{qj}^k = \begin{cases} \sum_{s \in S_q} a_{js}^{k^s} x_j^k, j \neq q, j=0, 1, \dots, n, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ \sum_{s \in S_q} a_{js}^{k^s} x_j^k - a_j^k, j=q, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ \sum_{s \in S_q} a_{js}^{k^s} x_j^k, j=q, k=\bar{k}_j+1, \dots, \bar{k}_j \end{cases} \quad (15)$$

Тогда

$$\Delta_q^k(0, \lambda) = \begin{cases} \Delta_q^k - \sum_{j=1}^n \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k, j=0, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ \Delta_q^k - \sum_{j=1}^n \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k + \lambda_j^k, j=1, \dots, n, k=1, \dots, \bar{k}_j \end{cases} \quad (16)$$

$$\Delta_{qj}^k(\lambda) = \begin{cases} \Delta_{qj}^k + \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k, j \neq q, j=0, 1, \dots, n, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ \Delta_{qj}^k + \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k - \lambda_j^k, j=q, k=1, \dots, \bar{k}_j, q=1, \dots, n, \end{cases} \quad (17)$$

Справедливо следующее утверждение.

ЛЕММА 1. Для существования векторов x и λ , удовлетворяющих соотношениям (5), (6), необходимо и достаточно, чтобы вектор x был оптимальным планом задачи (12), (1)-(4).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Необходимость. Пусть существуют векторы x^* и λ^* такие, что при любом $x \in X$ выполняются соотношения

$$L_0(x^*, \lambda^*) \geq L_0(x, \lambda^*),$$

$$L_j(x^*, \lambda^*) \geq L_j(x, \lambda^*), j=1, 2, \dots, n.$$

Просуммировав указанную систему неравенств, получим соотношение $L(x^*) \geq L(x)$, справедливое при любом $x \in X$. Это означает, что x^* является оптимальным планом для задачи (12), (1)-(4).

Достаточность. Пусть x^* - оптимальный план задачи (12), (1)-(4). Тогда соотношения (5), (6) будут выполняться при

$$\lambda = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{z_1}, -\alpha_1', \dots, -\alpha_1^{k_1}, \underbrace{0, \dots, 0}_{z_2}, -\alpha_2', \dots, -\alpha_2^{k_2}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{z_n}, -\alpha_n', \dots, -\alpha_n^{k_n}, \underbrace{0, \dots, 0}_{z_n} \}^T.$$

Утверждение леммы полностью доказано.

Пусть x - невырожденный оптимальный план задачи (12), (1)-(4). Рассмотрим систему неравенств вида

$$\begin{cases} - \sum_{j=1}^n \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k \geq -\Delta_q^k, j=0, k=1, \dots, \bar{k}_j, \\ - \sum_{j=1}^n \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k + \lambda_j^k \geq -\Delta_q^k, j=1, \dots, \bar{k}_j, \\ - \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k \geq -\Delta_{qj}^k, j \neq q, j=0, 1, \dots, n, k=1, \dots, \bar{k}_j, q=1, \dots, n, \\ \sum_{s \in S_q} \lambda_{js}^{k^s} x_j^k - \lambda_j^k \geq -\Delta_{qj}^k, j=q, k=1, \dots, \bar{k}_j. \end{cases} \quad (18)$$

С учетом обозначений (14), (15) система (18) запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} \Delta_{qj}^*(0, \lambda) \geq 0, & j=0, 1, \dots, n, \quad k=1, \dots, K_j, \\ \Delta_{qj}^*(\lambda) \geq 0, & q=1, \dots, n, \quad j=0, 1, \dots, n, \quad k=1, \dots, K_j. \end{cases} \quad (18')$$

Согласно лемме I и первому признаку оптимальности, система (18'), а значит и система (18), всегда совместна и тройка векторов $(x, 0, \lambda)$ удовлетворяет соотношениям (5), (6), где λ - произвольный вектор, компоненты которого удовлетворяют системе неравенств (18), и наоборот, при любом другом векторе λ тройка векторов $(x, 0, \lambda)$ не может удовлетворять соотношениям (5), (6). В случае вырожденности плана x компоненты вектора λ не обязаны удовлетворять системе неравенств (18), но если они будут удовлетворять ей, то тройка векторов $(x, 0, \lambda)$ всегда удовлетворяет соотношениям (5), (6).

Таким образом, искомое множество X^* должно быть подмножеством множества оптимальных планов задачи (12), (1)-(4). Покажем, что множество X^* совпадает с множеством оптимальных планов задачи (12), (1)-(4).

Введем в рассмотрение задачу линейного программирования, двойственную задаче (14), (1)-(4):

найти минимум

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^{K_j} b_{jk} y_{jk}^* \quad (19)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n c_j^* y_{j0}^* + \sum_{j=1}^n a_{j0}^* y_{j0}^* \geq c_0^* + a_{00}^*, \quad j=1, \dots, n, \quad k=1, \dots, K_j, \quad (20)$$

$$y_{jk}^* \geq 0, \quad j=0, 1, \dots, n, \quad k=1, \dots, K_j. \quad (21)$$

Аналогичным образом введем задачи $\bar{A}_q$, $q=0, 1, \dots, n$, двойственным задачам A_q , $q=0, 1, \dots, n$.

ЗАДАЧА $\bar{A}_0$. Найти минимум (19) при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n c_j^* y_{j0}^* + \sum_{j=1}^n a_{j0}^* y_{j0}^* \geq c_0^* - \lambda_j^*, \quad j=1, \dots, n, \quad k=1, \dots, K_j, \quad (22)$$

$$\begin{cases} y_{jz}^* \geq 0, & j=0, \quad z=1, \dots, Z_j, \\ y_{jz}^* \geq -\lambda_j^{*z}, & j=1, \dots, n, \quad z=1, \dots, Z_j. \end{cases} \quad (23)$$

ЗАДАЧА $\bar{A}_q$, $q=1, \dots, n$. Найти минимум (19) при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n c_j^* y_{j0}^* + \sum_{j=1}^n a_{j0}^* y_{j0}^* \geq 0, \quad j \neq q, \quad j=1, \dots, n, \quad k=1, \dots, K_j, \quad (24)$$

$$\geq a_{jq}^* + \lambda_j^*, \quad j=q, \quad k=1, \dots, K_j,$$

$$\begin{cases} y_{jz}^* \geq 0, & j \neq q, \quad j=0, 1, \dots, n, \\ y_{jz}^* \geq \lambda_j^{*z}, & j=q, \quad z=1, \dots, Z_j. \end{cases} \quad (25)$$

Согласно теории двойственности и предположению об ограниченности непустого множества X допустимых планов задачи (12), (1)-(4), задача (19)-(21) всегда разрешима.

Приведем двойственные задачи (19)-(25) к канонической форме посредством введения неотрицательных вспомогательных переменных y_{jk}^{*+k} , $j=1, \dots, n$, $k=1, \dots, K_j$, и запишем систему ограничений (20)-(25) в векторной форме:

$$\begin{cases} By = c + d, \\ y \geq 0, \end{cases} \quad (20^I)$$

$$(21^I)$$

$$\begin{cases} By = c - \bar{\lambda}, \\ y \geq -\bar{\lambda}, \end{cases} \quad (22^I)$$

$$(23^I)$$

$$\begin{cases} BY = d_g + \bar{y}_g, \\ Y \geq \bar{y}_g, \end{cases} \quad (24^I)$$

$$(25^I)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ \vdots & \vdots \\ a_n & b_n \end{pmatrix} \sum_{j=1}^n K_j \cdot \left(\alpha_j + \sum_{i=1}^n (K_i + \alpha_i) \right)$$

$$d_j = \begin{pmatrix} e'_j & e''_j & \dots & e^{z_j}_{z_j} \\ e'_j & e''_j & \dots & e^{z_j}_{z_j} \\ e'_j & e''_j & \dots & e^{z_j}_{z_j} \end{pmatrix}, \quad d_j = \begin{pmatrix} a'_j & a''_j & \dots & a^{z_j}_{z_j} & 0 & \dots & 0 \\ a'_j & a''_j & \dots & a^{z_j}_{z_j} & 0 & \dots & 0 \\ a'_j & a''_j & \dots & a^{z_j}_{z_j} & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$Y = \{y'_1, \dots, y''_1, y'_2, \dots, y''_2, \dots, y'_n, \dots, y''_n, y'_n, \dots, y''_n\}^T$$

$$C = \{c'_1, \dots, c''_1, c'_2, \dots, c''_2, \dots, c'_n, \dots, c''_n\}^T$$

$$d_j = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{K_1}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_{j-1}}, d'_j, \dots, d''_j, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_{j+1}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_n} \}^T, j=1, \dots, n$$

$$\bar{y}_j = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{K_n}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_{j-1}}, \bar{y}'_j, \dots, \bar{y}''_j, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_{j+1}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_n} \}^T, j=1, \dots, n$$

$$\bar{y}_j = \{ \underbrace{0, \dots, 0}_{K_n}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_{j-1}}, \bar{y}'_j, \dots, \bar{y}''_j, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_{j+1}}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{K_n} \}^T, j=1, \dots, n$$

$$d = \sum_{j=1}^n d_j, \quad \bar{y} = \sum_{j=1}^n \bar{y}_j, \quad \bar{y} = \sum_{j=1}^n \bar{y}_j$$

Пусть x - произвольный оптимальный план задачи (12), (1), (4). Тогда существует оптимальный план $\bar{y}$ задачи (19), (20^I), (21^I) такой, что соответствующие ему оценки векторов условий не отрицательны.

Обозначим набор индексов $\{(j', e'), (j'', e''), \dots, (j^z, e^z)\}$, соответствующий базисным переменным опорного плана $\bar{y}$ через

Δ , где $e = \sum_{j=1}^n K_j$. Через B_0 обозначим невырожденную квадратную матрицу размером $e \times e$, составленную из вектор-столбцов матрицы B , соответствующих базисным переменным оптимального плана $\bar{y}$, а через B_n - матрицу, составленную из столбцов матрицы B , соответствующих небазисным переменным.

Аналогично $\bar{y}_0$ - вектор, составленный из компонент вектора $\bar{y}$, соответствующих базисным переменным, а $\bar{y}_n$ - небазисным переменным. Вектор оценок векторов условий относительно базиса оптимального плана обозначим через

$$\Delta = \{\Delta'_0, \dots, \Delta''_0, \Delta'_1, \dots, \Delta''_1, \Delta'_2, \dots, \Delta''_2, \dots, \Delta'_n, \dots, \Delta''_n, \dots, \Delta^{z_n}_{z_n}\}.$$

Через Δ_0 обозначим вектор, составленный из компонент вектора Δ , соответствующих базисным переменным, а через Δ_n - вектор, состоящий из компонент вектора Δ , соответствующих небазисным переменным.

С учетом введенных обозначений $\Delta_n = b_0 B_0' B_n - b_n$, где $b = \{b'_0, \dots, b''_0, b'_1, \dots, b''_1, \dots, b'_n, \dots, b''_n, b'_n, \dots, b''_n, \dots, b^{z_n}_{z_n}, \dots, b^{z_n}_{z_n}\}$, b_n - вектор, составленный из компонент вектора b , соответствующих базисным переменным.

Очевидно,

$$\bar{y}_0 = B_0' (c + d) \geq 0, \quad (26)$$

$$\Delta_n = b_0 B_0' B_n - b_n \leq 0 \quad (27)$$

Далее, пусть $\bar{y}^*$ - оптимальный план соответствующей задачи $\bar{y}^* = \bar{y}^*_1, \dots, \bar{y}^*_n$, задачи. Определим условия, при которых базисом оптимальных планов всех $\bar{y}^*_q, q = 1, \dots, n$, задан

совпадают с базисом оптимального плана задачи (19), (20^I), (21^I). С этой целью в задаче A_0 произведем замену переменных $y = z - \bar{\lambda}$. Тогда задача A_0 преобразуется к эквивалентной задаче вида:

найти минимум

$$Bz - B\bar{\lambda}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} Bz &= C - \bar{\lambda} + B\bar{\lambda}, \\ z &\geq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Полученная задача отличается от задачи (19), (23^I), (21^I) только константой в функционале и правыми частями в системе ограничений. Следовательно, для совпадения базисов оптимальных планов задачи (19), (20), (21) и A_0 достаточно выполнения неравенств

$$B_0'(C - \bar{\lambda} + B\bar{\lambda}) \geq 0 \quad (28)$$

Аналогичным образом, используя для произвольной A_q — оп. задачи, $1 \leq q \leq n$, замену переменных вида

$$y = z + \bar{\lambda}_q,$$

убеждаемся в том, что для совпадения базисов оптимального плана задач (19), (20^I), (21^I) и A_q , $q = 1, \dots, n$, достаточно выполнения неравенств

$$B_0'(\alpha_q + \bar{\lambda}_q - B\bar{\lambda}_q) \geq 0, \quad q = 1, \dots, n. \quad (29)$$

Таким образом, согласно теории двойственности в линейном программировании, для того, чтобы множество $A(x)$ для произвольного плана x задачи (12), (1)-(4) было не пустым, достаточно выполнения неравенств (26), (27), (28), (29) и равенств вида

$$B_0 B_0'(\alpha_q + \bar{\lambda}_q - B\bar{\lambda}_q) + B\bar{\lambda}_q = L_q^{\max}, \quad q = 1, \dots, n. \quad (30)$$

Убедимся в том, что система равенств и неравенств (26), (28)-(30) непротиворечива. С этой целью приведем неравенства (28), (29) к равенствам введением неотрицательных вспомогательных переменных

$$\omega_q = \left\{ \omega_{q1}^*, \omega_{q2}^*, \dots, \omega_{qk}^* \right\}, \quad q = 1, \dots, n.$$

Имеем

$$B_0'(C - \bar{\lambda} + B\bar{\lambda}) - \omega_0 = 0, \quad (31)$$

$$B_0'(\alpha_q + \bar{\lambda}_q - B\bar{\lambda}_q) - \omega_q = 0, \quad q = 1, \dots, n. \quad (32)$$

Тогда, согласно (26), (31), (32), справедливы системы равенств

$$\sum_{q=0}^n \omega_q = \bar{y}_0, \quad (33)$$

а система (30) принимает вид

$$B_0 \omega_q + B\bar{\lambda}_q = L_q^{\max}, \quad q = 1, \dots, n. \quad (34)$$

При этом система (31) является линейной комбинацией систем (26), (32), (33). Следовательно, для определения искомого значения $\bar{\lambda}_q$, $\bar{\lambda}_q$, ω_q , $q = 1, \dots, n$, ω_0 имеем систему равенств (32)-(34).

Преобразуем систему (32), умножив слева обе части на невырожденную матрицу B_0 . Имеем

$$\alpha_q + \bar{\lambda}_q - B\bar{\lambda}_q - B_0 \omega_q = 0, \quad q = 1, \dots, n. \quad (35)$$

Далее, переходя в системах (35), (34), (33) к координатам переменных, получаем следующие системы:

$$\sum_{k=1}^k \alpha_{qk}^* \omega_{qk}^* + \sum_{k=1}^k \alpha_{qk}^* \omega_{qk}^* - \sum_{k=1}^k \delta_{qk}^* \omega_{qk}^* = \begin{cases} \alpha_{q1}^* \bar{\lambda}_1^* - \sum_{k=1}^k \alpha_{qk}^* \bar{\lambda}_k^*, & j=q, k=1, \dots, k_q, \\ 0, & j+q, j=1, \dots, n, k=1, \dots, k_q, q=1, \dots, n, \end{cases} \quad (36)$$

$$\sum_{s=1}^l b_{js} \omega_{js}^{z^s} + \sum_{q=1}^n b_{jq} \lambda_q^{x_{j+2}} = \lambda_j^{max}, \quad j=1, \dots, n, \quad (37)$$

$$\sum_{q=0}^n \omega_{js}^{z^s} = \bar{y}_{js}^{z^s}, \quad s=1, \dots, l, \quad (38)$$

где

$$\delta_{js}^z = \begin{cases} 1, & z^s = z_j + \kappa, \\ 0, & z^s \neq z_j + \kappa, \end{cases} \quad \forall s \in R_j, \quad j=1, \dots, n, \quad \kappa=1, \dots, \kappa_j. \quad (к)$$

Положим

$$\omega_{js}^{z^s} = 0, \quad q=1, \dots, n, \quad j \neq q, \quad j=0, 1, \dots, n, \quad s \in S. \quad (кк)$$

Тогда системы (36)-(38) принимают вид

$$\sum_{s \in R_j} a_{js}^x \omega_{js}^{z^s} - \sum_{s \in R_j} \delta_{js}^x \omega_{js}^{z^s} - \alpha_j^x \lambda_j^{x^*} - \sum_{q=1}^n a_{jq}^x \lambda_q^{x_{j+2}} = 0, \quad j=1, \dots, n, \quad \kappa=1, \dots, \kappa_j, \quad (36^I)$$

$$\sum_{s \in R_j} b_{js} \omega_{js}^{z^s} + \sum_{q=1}^n b_{jq} \lambda_q^{x_{j+2}} = \lambda_j^{max}, \quad j=1, \dots, n, \quad (37^I)$$

$$\omega_{js}^{z^s} = \begin{cases} \bar{y}_{js}^{z^s}, & s \in R_j, \quad j=0, \\ \bar{y}_{js}^{z^s} - \omega_{js}^{z^s}, & s \in R_j, \quad j=1, \dots, n. \end{cases} \quad (38^I)$$

Нетрудно убедиться в том, что система (36^I)-(38^I) всегда совместна. Действительно, зададим произвольным образом значения $\omega_{js}^{z^s}$, $j=1, \dots, n$, $s \in R_j$, удовлетворяющие неравенствам

$$0 \leq \omega_{js}^{z^s} \leq \bar{y}_{js}^{z^s}, \quad j=1, \dots, n, \quad s \in R_j.$$

Тогда величины $\omega_{js}^{z^s}$, $j=0, 1, \dots, n$, $s \in R_j$, единственным образом определяются согласно соотношениям (38). Для определе-

ния величин $\lambda_j^{x^*}$, $j=1, \dots, n$, $\kappa=1, \dots, \kappa_j$, из (37^I) имеем для каждого фиксированного значения j , $1 \leq j \leq n$, одно уравнение

$$\sum_{q=1}^n b_{jq} \lambda_q^{x_{j+2}} = \lambda_j^{max} - \sum_{s \in R_j} b_{js} \omega_{js}^{z^s} \quad (39)$$

с κ_j неизвестными, которое всегда имеет место согласно определению λ_j^{max} . Следовательно, всегда можно задать произвольным образом $(\kappa_j - 1)$ значений $\lambda_j^{x^*}$, а последнюю κ_j -ю переменную определить согласно (39).

Тогда значения $\lambda_j^{x^*}$, $j=1, \dots, n$, $\kappa=1, \dots, \kappa_j$, единственным образом определяются из системы (36^I) и принимают значения

$$\lambda_j^{x^*} = \sum_{q=1}^n a_{jq}^x \lambda_q^{x_{j+2}} - \sum_{s \in R_j} a_{js}^x \omega_{js}^{z^s} - \sum_{s \in R_j} \delta_{js}^x \omega_{js}^{z^s} - \alpha_j^x, \quad j=1, \dots, n, \quad \kappa=1, \dots, \kappa_j. \quad (40)$$

Таким образом, установлено, что для любого оптимального плана задачи (12), (1)-(4) всегда существует непустое множество $\Lambda(x)$ векторов λ такое, что любая тройка чисел $(x, 0, \lambda)$, $\lambda \in \Lambda(x)$, удовлетворяет равенствам (5)-(7).

Множество $\Lambda(x)$ задается системой равенств (36^I), (37^I) или (36), (37).

Рассмотрим вопрос о существовании множества $set(x)$ такого, что любая тройка чисел (x, λ, λ) , $\lambda \in \Lambda(x)$, $\lambda \in set(x)$, удовлетворяет соотношениям (5)-(8).

По аналогии с леммой I легко убедиться в том, что в рассматриваемом случае множество λ^* должно быть множеством оптимальных планов вспомогательной параметрической задачи линейного программирования, в которой требуется максимизировать значение целевой функции вида

$$\sum_{j=1}^n \sum_{\kappa=1}^{\kappa_j} (q_j^x + \alpha_j^x + \beta_j^x) x_j^{x^*} \quad (41)$$

при ограничениях (1)-(4). В этом случае соотношения (26), (27), (28) принимают вид

$$\bar{y}_2 = B_2^{-1}(c + \alpha + \nu) \geq 0, \quad (42)$$

$$\Delta_n = b_2 B_2^{-1} \alpha_n - b_n \leq 0, \quad (43)$$

$$B_2^{-1}(c - \bar{\lambda} + \nu + B \bar{\lambda}) \geq 0 \quad (44)$$

При этом должны выполняться соотношения (29), (31) и равенство вида

$$b_2 B_2^{-1}(c - \bar{\lambda} + \nu + B \bar{\lambda}) - b \bar{\lambda} = L_0^{max}. \quad (45)$$

Следовательно, система линейных алгебраических уравнений относительно искомым компонент векторов λ , $\nu \geq 0$, $\omega_j \geq 0$, $j = 0, 1, \dots, n$, запишется в виде

$$\alpha_j + \bar{\lambda}_j - B \bar{\lambda}_j - b_2 \omega_j = 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=0}^n \omega_j = \bar{y}_2,$$

$$b_2 \omega_0 + b_2 B_2^{-1} \nu - b \bar{\lambda} = L_0^{max},$$

$$b_2 \omega_j + b \bar{\lambda}_j = L_j^{max}, \quad j = 1, \dots, n,$$

или в координатной форме

$$\sum_{s \in R_j} a_{sj}^* \omega_j^s - \sum_{k \in R_j} \delta_{jk}^* \omega_j^k = \alpha_j + \bar{\lambda}_j - \sum_{k \in R_j} a_{jk}^* \bar{\lambda}_j^k, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, K_j, \quad (46)$$

$$\omega_j^s = \begin{cases} \bar{y}_j^s, & j = 0, \quad s \in R_j, \\ \bar{y}_j^s - \omega_j^k, & j = 1, \dots, n, \quad s \in R_j, \end{cases} \quad (47)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{s \in R_j} b_{sj} \omega_j^s + \sum_{j=1}^n \left(\sum_{k=1}^K \sum_{s \in R_j} b_{sj} f_{sj}^k \right) \bar{\lambda}_j - \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^K b_{jk} \bar{\lambda}_j^k = L_0^{max}, \quad (48)$$

$$\sum_{s \in R_j} b_{sj} \omega_j^s + \sum_{k=1}^K b_{jk} \bar{\lambda}_j^k = L_j^{max}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (49)$$

где f_{sj}^k , $j = 1, \dots, n$, $s \in R_j$, $k = 1, \dots, K_j$ — элементы обратной матрицы B_2^{-1} .

Кроме того, для того, чтобы пара векторов α , ν была оптимальным планом задачи (41), (1)-(4), необходимо выполнение неравенства

$$\bar{y}_2 + \sum_{j=1}^n \left(\sum_{k=1}^K f_{sj}^k \right) \bar{\lambda}_j \geq 0. \quad (50)$$

Преобразуем равенство (48) посредством исключения величин ω_j^s , $j = 0, 1, \dots, n$, $s \in R_j$, согласно (47). Тогда с учетом (49) система (48) принимает следующий вид:

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{k=1}^K \sum_{s \in R_j} b_{sj} f_{sj}^k \right) \bar{\lambda}_j = \sum_{j=0}^n L_j^{max} - \sum_{j=0}^n \sum_{s \in R_j} b_{sj} \bar{y}_j^s. \quad (51)$$

Это означает, что система (46)-(51) распадается на две относительно независимые системы (46), (47), (49) и (50), (51) относительно искомым компонент векторов λ , ω_j , $j = 0, 1, \dots, n$ и $\nu \geq 0$ соответственно.

Как уже отмечалось, при любом фиксированном значении вектора ν и оптимальности вектора α для задачи (41), (1)-(4), система (46), (47), (48) всегда совместна и допускает множество решений. Множество допустимых значений вектора λ образует искомое множество $\Lambda(\alpha)$.

В связи с этим рассмотрим вопрос о совместности системы (50), (51). Обозначим через $\mathcal{U}_j(\alpha)$ множество всех значений $\bar{\lambda}_j$, при которых вектор α является оптимальным планом задачи (41), (1)-(4). Иными словами, $\mathcal{U}_j(\alpha)$ — область устойчивости плана для задачи (12), (1)-(4) и определяется множеством значений вектора ν , удовлетворяющих (51). Далее, пусть $F(\nu^*)$ — наибольшее значение функции

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{k=1}^K \sum_{s \in R_j} b_{sj} f_{sj}^k \right) \bar{\lambda}_j \quad (52)$$

на множестве $\mathcal{U}_j(\alpha)$, а ν^* — оптимальный план задачи (52), (50). Рассмотрим два случая:

- 1) $F(p^*) \geq F(0)$,
- 2) $F(p^*) < F(0)$.

$$\text{где } F(0) = \sum_{j=1}^n L_j^{\max} - \sum_{j=0}^n \sum_{s \in K_j} p_j^s \bar{y}_j^s.$$

СЛУЧАЙ 1. В этом случае искомое множество $\{y_j(x)\}$ определяется пересечением гиперплоскости (51) с множеством $\{y_j(x)\}$.

СЛУЧАЙ 2. Осуществляя замену $\bar{y}_j^s = y_j^s + p_j^s$, $j=1, \dots, n$, $s=1, \dots, K_j$, повторяем процесс сначала. Этот процесс сходящийся.

А. Жусупбаев

РЕШЕНИЕ МНОГОПРОДУКТОВОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

Практически любое производство с известной степенью точности можно считать многопродуктовым. В связи с этим нами сформулирована общая постановка многопродуктовой задачи размещения производства и обосновывается применимость к этой задаче метода последовательных расчетов В.П. Черанина [1, 2].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Имеется m возможных пунктов производства A_i , $i \in J = \{1, 2, \dots, m\}$. Каждый возможный пункт A_i , $i \in J$, может производить k_i видов продукции. Объем x_i^k выпускаемой продукции каждого вида на каждом пункте производства предполагается неограниченным, т.е. $0 \leq x_i^k \leq \infty$, $i \in J$, $k \in K_i$. Производимая продукция поставляется на n существующих пунктов потребления $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$.

Известны: величины спроса b_j каждого вида продукции в пунктах потребления b_j , $j \in J$, $k \in K_j$, матрицы транспортных расходов $c = \|c_{ij}^k\|_{\min}$, $k \in K_i$, $k \in K_j$, функция $\varphi_i^k(x_i^k)$, $i \in J$, $k \in K_i$, отражающая зависимость стоимости производимой в пункте A_i , $i \in J$, продукции k -го вида, $k \in K_i$, от объема производства x_i^k , $i \in J$, $k \in K_i$, т.е.

$$\varphi_i^k(x_i^k) = \begin{cases} 0, & x_i^k = 0, \quad i \in J, \\ c_{ij}^k x_i^k + \gamma_i^k, & x_i^k > 0, \quad i \in J, \quad k \in K_i, \end{cases}$$

где γ_i^k - фиксированные затраты i -го пункта, если на нем выпускается k -ый продукт.

Кроме того, для каждого A_i , $i \in J$, известна величина $\Pi_i(x_i)$, $i \in J$, определяющая фиксированные доплаты Π_i , которые включаются в расчет, если пункт производства A_i включен в план, т.е.

$$\Pi_i(x_i) = \begin{cases} \Pi_i, & x_i > 0, \\ 0, & x_i = 0, \end{cases} \quad i \in J,$$

где

$$x_i = \sum_{k \in K_i} x_i^k, \quad i \in J.$$

Требуется определить оптимальный план размещения пунктов производства, план производства продукции каждого вида x_i^k , $i \in J$, $k \in K_i$, и объемы перевозок x_{ij}^k , $i \in J$, $j \in J$, $k \in K_i \cap K_j$ ($\bigcup_{i \in J} K_i = \bigcup_{j \in J} K_j$), при которых суммарные затраты на строительство, производство продукции и ее транспортировку были бы минимальными, т.е. требуется найти наименьшее значение функционала

$$L = \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_i \cap K_j} c_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{i \in J} \sum_{k \in K_i} \varphi_i^k(x_i^k) + \sum_{i \in J} \Pi_i(x_i) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^k = x_i^k, \quad i \in J, \quad k \in K_i, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in J} x_{ij}^k = b_j^k, \quad j \in J, \quad k \in K_j, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K_i} x_i^k = x_i, \quad i \in J, \quad (4)$$

$$x_i \geq 0, x_i^k \geq 0, k \in K_i, x_{ij}^k \geq 0, k \in K_i \cap K_j, i \in J, j \in J. \quad (5)$$

Обоснуем применимость метода последовательных расчетов к задаче. Преобразуем задачу (1)-(5). Каждый пункт производства $A_i, i \in T$, будем рассматривать как множество пунктов $A_{ik}, i \in T, k \in K_i$, а каждый пункт потребления $B_j, j \in U$, как множество пунктов $B_{jk}, j \in U, k \in P_j$. Тогда каждому пункту производства будет соответствовать некоторый заранее не известный объем производства $x_{ik}, i \in T, k \in K_i$. Соответственно объем перевозок из A_{ik} в B_{jk} при $k \in K_i, P_j \neq \emptyset$ будет $x_{ik/jk}$, а стоимость перевозки единицы продукции - $\bar{c}_{ik/jk}$.

Обозначим через Δ_i множество пар индексов $\{ik'\}, k' \in K_i$, а через $\Delta(T)$ - множество $\bigcup_{i \in T} \Delta_i$. Аналогично обозначим через $\bar{J}$ множество пар индексов $\{jk''\}, j'' \in U, k'' \in P_j$. Тогда, согласно принятым обозначениям, задачу (1)-(5) можно переписать в виде:

найти минимум

$$L = \sum_{ik' \in \Delta(T)} \sum_{jk'' \in \bar{J}} \bar{c}_{ik'/jk''} x_{ik'/jk''} + \sum_{ik' \in \Delta(T)} \pi_{ik'} \text{sign}(x_{ik'}) + \sum_{i \in T} \pi_i(x_i) \quad (6)$$

при ограничениях

$$\sum_{jk'' \in \bar{J}} x_{ik'/jk''} = x_{ik'}, ik' \in \Delta(T), \quad (7)$$

$$\sum_{ik' \in \Delta(T)} x_{ik'/jk''} = b_{jk''}, jk'' \in \bar{J}, \quad (8)$$

$$\sum_{ik' \in \Delta_i} x_{ik'} = x_i, i \in T, \quad (9)$$

$$x_i \geq 0, x_{ik'} \geq 0, x_{ik'/jk''} \geq 0, ik' \in \Delta(T), jk'' \in \bar{J}, i \in T, \quad (10)$$

где

$$\text{sign}(x_{ik'}) = \begin{cases} 0, & x_{ik'} = 0, \\ 1, & x_{ik'} > 0, \end{cases} ik' \in \Delta(T).$$

$$b_{jk''} = b_j^{k''}, j \in U, k'' \in P_j,$$

$$\bar{c}_{ik'/jk''} = c_{ik'/jk''} + c_{ik'}, ik' \in \Delta(T), k'' = k',$$

$$c_{ik'/jk''} = \begin{cases} c_{ij}^{k'}, & k' = k'', \\ M, & k' \neq k'', k' \in K_i, k'' \in P_j, i \in T, j \in U \end{cases}$$

Обозначим через $\delta(\omega)$ произвольное подмножество множества $\Delta(T)$, где $\delta(\omega) = \bigcup_{i \in \omega} \Delta_i$, а M_i и ω - подмножества множеств Δ_i и T соответственно.

Тогда на каждом подмножестве $\delta(\omega) \subset \Delta(T)$ может быть определено значение функционала

$$L(\delta(\omega), \bar{J}) = \sum_{ik' \in \delta(\omega)} \sum_{jk'' \in \bar{J}} \bar{c}_{ik'/jk''} x_{ik'/jk''} + \sum_{ik' \in \delta(\omega)} \pi_{ik'} + \sum_{i \in \omega} \pi_i$$

на множестве $R(\delta(\omega))$, заданном ограничениями

$$\sum_{jk'' \in \bar{J}} x_{ik'/jk''} = x_{ik'}, ik' \in \delta(\omega),$$

$$\sum_{ik' \in \delta(\omega)} x_{ik'/jk''} = b_{jk''}, jk'' \in \bar{J},$$

$$x_{ik'} \geq 0, x_{ik'/jk''} \geq 0, ik' \in \delta(\omega), jk'' \in \bar{J}.$$

Обозначим через $P(\delta(\omega))$ наименьшее значение функционала $L(\delta(\omega), \bar{J})$ на множестве $R(\delta(\omega))$.

Тогда задачу (6)-(10) можно сформулировать как задачу нахождения наименьшего значения $P(\delta(\omega))$ по всем $\delta(\omega)$, $\delta(\omega) \subset \Delta(T)$. Иначе говоря, требуется определить такое множество $\delta^*(\omega^*) \subset \Delta(T)$, для которого справедливо соотношение

$$P(\delta^*(\omega^*)) = \min_{\delta(\omega) \subset \Delta(T)} \{P(\delta(\omega))\}.$$

Легко заметить, что множество $\Delta(T)$ состоит из $\sum_{i \in T} |\Delta_i|$ пар элементов $\{ik'\}$. Следовательно, число всевозможных под-

множества $\delta(\omega) \subset A(\gamma)$ равно $2^{\sum_{i \in \gamma} |A_i|}$, включая и пустое множество. Здесь через $|A_i|$ обозначено число элементов в множестве A_i .

Решить задачу простым перебором (один из возможных путей решения) невозможно из-за большого числа подмножеств $\delta(\omega) \subset A(\gamma)$. Используем для этой цели метод последовательных расчетов В.П. Черенина [1, 2]. Этот метод позволяет найти все подмножества $\delta(\omega) \subset A(\gamma)$, на которых $P(\delta(\omega))$ имеет локальные минимумы, и, следовательно, такие подмножества, на которых $P(\delta(\omega))$ принимает наименьшее значение, путем расчета лишь для незначительной части всех возможных подмножеств $\delta(\omega) \subset A(\gamma)$.

Однако непосредственное применение метода последовательных расчетов сомнительно, т.к. для рассматриваемой задачи, вообще говоря, не выполняются достаточные условия применимости. Достаточным условием применимости метода для этой задачи является соотношение

$$S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) = P(\delta_1(\omega_1)) + P(\delta_2(\omega_2)) - P(A(\bar{\omega})) - P(B(\bar{\omega})) - P(\omega_1, \omega_2) \leq 0, \quad (II)$$

где $\delta_1(\omega_1)$ и $\delta_2(\omega_2)$ - произвольные подмножества множества $A(\gamma)$.

$$A(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cup \delta_2(\omega_2), \quad B(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cap \delta_2(\omega_2).$$

$$P(\omega_1, \omega_2) = \sum_{i \in \omega_1} \pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \pi_i - \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i - \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

Покажем, что $P(\delta(\omega))$ удовлетворяет условию (II). Очевидно, что

$$P(\delta(\omega)) = \min_{R(\delta(\omega))} \left\{ \sum_{i \in \delta(\omega)} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \delta(\omega)} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\}$$

Следовательно,

$$S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) = \min_{R(\delta_1(\omega_1))} \left\{ \sum_{i \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \delta_1(\omega_1)} \pi_i \right\}$$

$$+ \sum_{i \in \omega_1} \pi_i \} + \min_{R(\delta_2(\omega_2))} \left\{ \sum_{i \in \delta_2(\omega_2)} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \delta_2(\omega_2)} \pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \pi_i \right\} - \min_{R(A(\bar{\omega}))} \left\{ \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} - \min_{R(B(\bar{\omega}))} \left\{ \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} - \sum_{i \in \omega_1} \pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

$$+ \sum_{i \in \omega_1} \pi_i \} - \min_{R(A(\bar{\omega}))} \left\{ \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} - \min_{R(B(\bar{\omega}))} \left\{ \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} - \sum_{i \in \omega_1} \pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

$$+ \sum_{i \in \omega} \pi_i \} - \min_{R(A(\bar{\omega}))} \left\{ \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} - \min_{R(B(\bar{\omega}))} \left\{ \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \sum_{j \in \bar{\omega}} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} - \sum_{i \in \omega_1} \pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

$$+ \sum_{i \in \omega} \pi_i \} - \sum_{i \in \omega_1} \pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

Поскольку x_{ik} не ограничены сверху и $\sum_{i \in \delta(\omega)} x_{ik} = b_{ik}$, $j \in \bar{\omega}$, то при нахождении $P(\delta(\omega))$ каждое b_{jk} будет при- крепляться к таким пунктам A_{ik} , $ik \in \delta(\omega)$, которым соответ- ствуют $\min_{i \in \delta(\omega)} \bar{c}_{ij}$.

Тогда $P(\delta(\omega))$ запишется в виде

$$P(\delta(\omega)) = \sum_{j \in \bar{\omega}} b_{jk} \min_{i \in \delta(\omega)} \bar{c}_{ij} + \sum_{i \in \delta(\omega)} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i,$$

а $S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2))$ имеет вид

$$S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) = \left\{ \sum_{j \in \bar{\omega}} b_{jk} \min_{i \in \delta_1(\omega_1)} \bar{c}_{ij} + \sum_{i \in \delta_1(\omega_1)} \pi_i + \sum_{i \in \omega_1} \pi_i \right\} +$$

$$+ \left\{ \sum_{j \in \bar{\omega}} b_{jk} \min_{i \in \delta_2(\omega_2)} \bar{c}_{ij} + \sum_{i \in \delta_2(\omega_2)} \pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \pi_i \right\} -$$

$$- \left\{ \sum_{j \in \bar{\omega}} b_{jk} \min_{i \in A(\bar{\omega})} \bar{c}_{ij} + \sum_{i \in A(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} -$$

$$- \left\{ \sum_{j \in \bar{\omega}} b_{jk} \min_{i \in B(\bar{\omega})} \bar{c}_{ij} + \sum_{i \in B(\bar{\omega})} \pi_i + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\} -$$

$$- \sum_{i \in \omega_1} \pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

Поскольку $A(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cup \delta_2(\omega_2)$, а $B(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cap \delta_2(\omega_2)$, то легко заметить, что

$$\sum_{i_k' \in \delta_1(\omega_1)} \pi_{i_k'} + \sum_{i_k' \in \delta_2(\omega_2)} \pi_{i_k'} = \sum_{i_k' \in \alpha(\bar{\omega})} \pi_{i_k'} + \sum_{i_k' \in \beta(\bar{\omega})} \pi_{i_k'}$$

Кроме этого, поскольку из $\alpha(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cup \delta_2(\omega_2)$ следует, что $\min_{i_k' \in \alpha(\bar{\omega})} \bar{c}_{i_k' j_k''}$ равен либо $\min_{i_k' \in \delta_1(\omega_1)} \bar{c}_{i_k' j_k''}$, либо $\min_{i_k' \in \delta_2(\omega_2)} \bar{c}_{i_k' j_k''}$. А из того, что $\beta(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cap \delta_2(\omega_2)$, вытекает

$$\min_{i_k' \in \beta(\bar{\omega})} \bar{c}_{i_k' j_k''} \geq \min_{i_k' \in \delta_1(\omega_1)} \bar{c}_{i_k' j_k''},$$

$$\min_{i_k' \in \beta(\bar{\omega})} \bar{c}_{i_k' j_k''} \geq \min_{i_k' \in \delta_2(\omega_2)} \bar{c}_{i_k' j_k''},$$

то после сокращения получаем $S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) \leq 0$.

Рассмотрим две задачи.

1. Задача А. Найти минимум (6) при ограничениях (7)–(10) и $\pi_i(x_i) = 0, \forall i \in J$.

2. Задача А. Найти минимум (6) при ограничениях (7)–(10) и $\sum_{i \in J} \pi_i(x_i) > 0$.

Пусть $\delta^*(\alpha)$ – локальный экстремум задачи А.

ТЕОРЕМА 1. Если локальный минимум задачи А одновременно является и локальным минимумом задачи А, то функция $P(\delta(\omega))$ монотонно не убывает после $\delta^*(\alpha)$ вдоль любого ряда множеств, содержащего $\delta^*(\alpha)$ в качестве своего элемента.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим произвольный ряд множеств, содержащий множество $\delta^*(\alpha)$ в качестве своего элемента. Далее, пусть $\delta_2(\omega_2) \subset \delta_1(\omega_1)$ – два соседних элемента ряда. Поскольку $\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)$ – два соседних элемента ряда, то они отличаются только одним элементом, например, $\alpha = (i, k)$.

Введем множество $\delta(r) = \delta^*(\alpha) \cup \alpha$. Поскольку $\alpha \notin \delta_2(\omega_2)$ то $\alpha \notin \delta^*(\alpha)$. Тогда справедливы соотношения $\delta_1(\omega_1) = \delta_2(\omega_2) \cup \delta(r)$, $\delta_2(\omega_2) = \delta_2(\omega_2) \cap \delta(r)$, а достаточные условия принимают вид

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) + \bar{P}(\delta(r)) = \bar{P}(\delta^*(\alpha)) + \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) - \Pi(\omega_2, r) \leq 0$$

$$P(\delta_2(\omega_2)) + P(r) = P(\delta^*(\alpha)) + P(\delta_1(\omega_1)) \leq 0,$$

или

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) \leq \bar{P}(\delta^*(\alpha)) - \bar{P}(\delta(r)) + \Pi(\omega_2, r),$$

$$P(\delta_2(\omega_2)) - P(\delta_1(\omega_1)) \leq P(\delta^*(\alpha)) - P(\delta(r)).$$

Определим величину $\Pi(\omega_2, r)$. Согласно введению множества $\delta_1(\omega_1)$ и $\delta_2(\omega_2)$ отличаются друг от друга одним элементом α , на который отличаются друг от друга также множества $\delta^*(\alpha)$ и $\delta(r)$. Следовательно, величина $\Pi(\omega_2, r)$ зависит от того, содержит ли множества $\delta_2(\omega_2)$ и $\delta^*(\alpha)$ элемент (i_k, k) или нет. При этом справедливы соотношения

$$\Pi(\omega_2, r) = \begin{cases} 0, & \text{если } \exists k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \in \delta^*(\alpha), (i_k, k) \in \delta_2(\omega_2), \\ \pi_{i_k} - \pi_{i_d} = 0, & \text{если } \forall k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \notin \delta^*(\alpha), (i_k, k) \notin \delta_2(\omega_2), \\ \pi_{i_d}, & \text{если } \exists k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \notin \delta^*(\alpha), (i_k, k) \in \delta_2(\omega_2). \end{cases}$$

Аналогично имеем

$$\bar{P}(\delta^*(\alpha)) - \bar{P}(\delta(r)) = P(\delta^*(\alpha)) - P(\delta(r)) + \begin{cases} 0, & \text{если } \exists k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \in \delta^*(\alpha), \\ -\pi_{i_d}, & \text{если } \forall k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \notin \delta^*(\alpha). \end{cases} \quad (12)$$

Следовательно,

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) \leq P(\delta^*(\alpha)) - P(\delta(r)) + \begin{cases} 0, & \text{если } \exists k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \in \delta^*(\alpha), \\ \pi_{i_d}, & \text{если } \forall k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \notin \delta^*(\alpha), (i_k, k) \notin \delta_2(\omega_2), \\ 0, & \text{если } \forall k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \notin \delta^*(\alpha), \\ & \exists k/1 \leq k \leq r_{i_k}, (i_k, k) \in \delta_2(\omega_2), \end{cases} \quad (13)$$

Далее, так как $\delta^*(\alpha)$ – локальный минимум задач А и А, то справедливы соотношения

$$\bar{P}(\delta^*(\alpha)) - \bar{P}(\delta^*(\alpha) \cup \alpha) \leq 0, \forall \alpha / \alpha \in \delta(r) / \delta^*(\alpha),$$

$$P(\delta^*(\alpha)) - P(\delta^*(\alpha) \cup \alpha) \leq 0, \forall \alpha / \alpha \in \delta(r) / \delta^*(\alpha).$$

Тогда, в силу неравенства (14), т.е. $P(\delta^*(\omega_1)) - P(\delta^*(r)) \leq 0$, и $P_i \geq 0$, $i \in \mathcal{I}$, из (13) следует, что $\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) \leq 0$, или

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) \leq \bar{P}(\delta_2(\omega_1)).$$

ТЕОРЕМА 2. Если локальный минимум задачи $\bar{A}$ не является локальным минимумом задачи A , то существует по крайней мере один ряд множеств $\delta(\omega) \subset \Delta(\gamma)$, содержащий множество $\delta^*(\omega)$ в качестве своего элемента, вдоль которого функция $P(\delta^*(\omega))$ монотонно не убывает после $\delta^*(\omega)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Рассмотрим произвольный ряд множеств, содержащий множество $\delta^*(\omega)$ в качестве своего элемента. Далее, пусть $\delta_2(\omega_2) \subset \delta_1(\omega_1)$ — два произвольных соседних элемента этого ряда. Это означает и силу введения ряда, что $\delta_2(\omega_2)$ и $\delta_1(\omega_1)$ отличаются одним элементом, например, $\omega' = (i_\omega, \kappa_\omega)$. Введем в рассмотрение множество $\delta(r) = \delta^*(\omega) \cup \omega'$. Поскольку $\omega' \notin \delta^*(\omega)$, то $\omega' \notin \delta^*(\omega)$. Тогда справедливы соотношения $\delta_1(\omega_1) = \delta_2(\omega_2) \cup \delta(r)$, $\delta^*(\omega) = \delta_2(\omega_2) \cap \delta(r)$, а достаточные условия применимости метода принимают вид

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) + \bar{P}(\delta(r)) - \bar{P}(\delta^*(\omega)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) - \Pi(\omega_2, r) \leq 0,$$

или

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) \leq \bar{P}(\delta^*(\omega)) - \bar{P}(\delta(r)) + \Pi(\omega_2, r).$$

Определим величину $\Pi(\omega_2, r)$. Согласно введению, множества $\delta_2(\omega_2)$ и $\delta_1(\omega_1)$ отличаются друг от друга одним элементом ω' , на который отличаются друг от друга также множества $\delta^*(\omega)$ и $\delta(r)$. Следовательно, величина $\Pi(\omega_2, r)$ зависит от того, содержат ли множества $\delta_2(\omega_2)$ и $\delta^*(\omega)$ элемент (i_ω, κ) или нет. При этом справедливы соотношения

$$\Pi(\omega_2, r) = \begin{cases} 0, & \text{если } \exists \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \in \delta^*(\omega), (i_\omega, \kappa) \in \delta_2(\omega_2), \\ \Pi_\omega - \Pi_\omega = 0, & \text{если } \forall \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \notin \delta^*(\omega), (i_\omega, \kappa) \notin \delta_2(\omega_2), \\ \Pi_\omega, & \text{если } \exists \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \notin \delta^*(\omega), (i_\omega, \kappa) \in \delta_2(\omega_2) \end{cases}$$

Аналогично имеем

$$\bar{P}(\delta^*(\omega)) - \bar{P}(\delta(r)) = P(\delta^*(\omega)) - P(\delta(r)) + \begin{cases} 0, & \text{если } \exists \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \in \delta^*(\omega), \\ -\Pi_\omega, & \text{если } \forall \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \notin \delta^*(\omega). \end{cases} \quad (15)$$

Следовательно,

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) \leq P(\delta^*(\omega)) - P(\delta(r)) + \begin{cases} 0, & \text{если } \exists \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \in \delta^*(\omega), \\ \Pi_\omega, & \text{если } \forall \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \notin \delta^*(\omega), (i_\omega, \kappa) \notin \delta_2(\omega_2), \\ 0, & \text{если } \forall \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega, (i_\omega, \kappa) \notin \delta^*(\omega), \exists \kappa / i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega. \end{cases}$$

Поскольку $\delta^*(\omega)$ — локальный минимум задачи $\bar{A}$, то

$$\bar{P}(\delta^*(\omega)) - \bar{P}(\delta^*(\omega) \cup \omega') \leq 0, \quad \forall \omega' / \omega' \in \Delta(\gamma) / \delta^*(\omega).$$

Далее, $\delta^*(\omega)$ не является локальным минимумом задачи A . Следовательно, существуют два непересекающихся множества

$$\Delta_1(\gamma_1) = \{d / d \in \Delta(\gamma) / \delta^*(\omega), P(\delta^*(\omega)) - P(\delta^*(\omega) \cup d) \leq 0\}, \\ \Delta_2(\gamma_2) = \{d / d \in \Delta(\gamma) / \delta^*(\omega), P(\delta^*(\omega)) - P(\delta^*(\omega) \cup d) > 0\}. \quad (16)$$

Тогда, согласно (16), справедливы неравенства

$$\bar{P}(\delta_2(\omega_2)) - \bar{P}(\delta_1(\omega_1)) \leq 0, \quad \forall d / d \in \Delta_1(\gamma_1).$$

Предположим теперь, что $d \in \Delta_2(\gamma_2)$. В этом случае для любого значения κ , $i_\omega \neq \kappa \neq \kappa_\omega$, для которого $(i_\omega, \kappa) \in \delta^*(\omega)$, справедливы неравенства

$$P(\delta^*(\omega)) - P(\delta^*(\omega) \cup d) \leq 0.$$

Действительно, пусть $(i_\omega, \kappa) \in \delta^*(\omega)$, но $P(\delta^*(\omega)) - P(\delta^*(\omega) \cup d) \geq 0$. Тогда, согласно (15),

$$\bar{P}(\delta^*(\omega)) - \bar{P}(\delta(r)) = P(\delta^*(\omega)) - P(\delta(r)) > 0,$$

что противоречит предположению о локальной оптимальности множества $\delta^*(\omega)$.

Пусть

$$\Delta_2(\gamma_2) = \{d/d \in \Delta_2(\gamma_2), \exists k/1 \leq k \leq \gamma_2, (i, k) \in \delta^*(\alpha)\},$$

$$\Delta_4(\gamma_4) = \{d/d \in \Delta_4(\gamma_4), \forall k/1 \leq k \leq \gamma_4, (i, k) \notin \delta^*(\alpha), (i, k) \notin \delta_1(\alpha_1^*)\},$$

$$\Delta_5(\gamma_5) = \{d/d \in \Delta_5(\gamma_5), \forall k/1 \leq k \leq \gamma_5, (i, k) \notin \delta^*(\alpha), \exists k/1 \leq k \leq \gamma_5, (i, k) \in \delta_1(\alpha_1^*)\}.$$

Тогда для любого значения $d \in \Delta_4(\gamma_4)$ справедливы неравенства

$$\bar{P}(\delta_2(\alpha_2^*)) - \bar{P}(\delta_1(\alpha_1^*)) \leq 0.$$

Действительно, в силу предположения о том, что $\delta^*(\alpha)$ — локальный минимум задачи $\bar{A}$, справедливы соотношения

$$0 \geq \bar{P}(\delta^*(\alpha)) - \bar{P}(\delta^*(\alpha) \cup d) = \bar{P}(\delta^*(\alpha)) - \bar{P}(\delta_2(\alpha_2^*) \cup d) - \bar{P}_\delta \geq \bar{P}(\delta_2(\alpha_2^*)) - \bar{P}(d/m_1)$$

Таким образом, нарушение монотонности в ряде может произойти лишь для значений $d \in \Delta_5(\gamma_5)$.

Перейдем к конструированию ряда множеств, обладающему требуемым свойством.

Обозначим через γ_2 множество индексов $i \in \mathcal{I}$, для которых существует по крайней мере один индекс k , $1 \leq k \leq \gamma_1$, такой, что $(i, k) \in \delta^*(\alpha)$. Пронумеруем произвольным образом индексы $i \in \gamma_2 = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$, поставим им в соответствие произвольным образом индексы k_μ , $1 \leq k \leq K_\mu$, $\mu = 1, 2, \dots, p$, введем элементы $d_\mu = (i_\mu, k_\mu)$ и обозначим через $\delta_\mu(\alpha_\mu^*)$ множества, определяемые соотношениями

$$\delta_\mu(\alpha_\mu^*) = \begin{cases} \delta^*(\alpha), & \mu = 0, \\ \delta_{\mu-1}(\alpha_{\mu-1}^*) \cup d_\mu, & \mu = 1, 2, \dots, p \end{cases}$$

Ясно, что при этом $d_\mu \in \delta_1(\alpha_1^*) \cup \Delta_4(\gamma_4)$. Следовательно, на отрезке ряда $\delta_1^*(\alpha_1^*), \delta_2^*(\alpha_2^*), \dots, \delta_p^*(\alpha_p^*)$ имеет место свойство монотонности неубывания функции $\bar{P}(\delta(\alpha))$. Неубывание функции $\bar{P}(\delta(\alpha))$ на отрезке ряда от $\delta_1^*(\alpha_1^*)$ до $\Delta_4(\gamma_4)$ следует из соотношения $\bar{P}(\delta_1^*(\alpha_1^*)) = \bar{P}(\gamma)$.

Дополнительные теоремы позволяют применять для нахождения

минимального значения функционала (6) на множестве, заданном ограничениями (7)–(10), направленный перебор вариантов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черенин В.П. Решение некоторых комбинаторных задач оптимального планирования методом последовательных расчетов// Материалы конференции по опыту и перспективам применения математических методов и ЭВМ в планировании. — Новосибирск, 1962.
2. Черенин В.П., Хачатуров В.Р. Решение методом последовательных расчетов одного класса задач о размещении производства// Экономика и математические методы. — М.: Наука, 1965. — Вып.2.

А.Хусупбаев, М.Асанкулова

РЕШЕНИЕ МНОГОПРОДУКТОВОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ОБЪЕМ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ

Рассмотрим многопродуктовую задачу размещения с верхними ограничениями на объем производимой продукции каждого вида и обоснуем для ее решения метод последовательных расчетов В.П.Черенина /1,2/.

Постановка задачи аналогична таковой в /3/. Имеется m возможных пунктов производства A_i , $i \in \mathcal{I} = \{1, 2, \dots, m\}$. Каждый пункт A_i , $i \in \mathcal{I}$, имеет возможность производить K видов продукции, $K \in K_i = \{1, 2, \dots, \gamma_i\}$. Объем каждого возможного вида продукции x_i^k ограничен сверху величиной a_i^k , т.е. $0 \leq x_i^k \leq a_i^k$, $i \in \mathcal{I}$, $k \in K_i$. Производимая продукция, в свою очередь, должна доставляться на n существующих пунктов потребления B_j , $j \in \mathcal{J} = \{1, 2, \dots, n\}$.

Известны: величина спроса каждого вида продукции в пунктах потребления $b_j^k \geq 0$, $j \in \mathcal{J}$, $k \in K_j = \{1, 2, \dots, \gamma_j\}$, матрица транспортных расходов $c_{ij}^k = \|c_{ij}^k\|_{m \times n}$, $k \in K_i \cap K_j$, и для каждого A_i , $i \in \mathcal{I}$, задана функция $\varphi_i^k(x_i^k)$, $i \in \mathcal{I}$, $k \in K_i$, отражающая зависимость стоимости производимой продукции k -го вида от объема производства x_i^k , $i \in \mathcal{I}$, $k \in K_i$, т.е.

$$\varphi_i^k(x_i^k) = \begin{cases} 0, & x_i^k = 0, \\ c_i^k x_i^k + \gamma_i^k, & x_i^k > 0, i \in J, k \in K_i, \end{cases}$$

где γ_i^k - фиксированные затраты i -го пункта, если на нем выпускается k -ый продукт. Кроме того, для каждого $A_i, i \in J$, известна величина

$$\Pi_i(\sum_{k \in K_i} x_i^k) = \begin{cases} \Pi_i, & \sum_{k \in K_i} x_i^k > 0, \\ 0, & \sum_{k \in K_i} x_i^k = 0, i \in J, \end{cases}$$

определяющая фиксированные доплаты, которая включается в расчет, если A_i включен в план.

Требуется определить оптимальный план размещения пунктов производства, план производства каждого вида $x_i^k, i \in J, k \in K_i$, и объем перевозок $x_{ij}^k, i \in J, j \in J, k \in K_i \cap P_j(U_{K_i} = U_{P_j})$, при которых суммарные затраты на строительство, производство продукции и перевозки были бы минимальны, т.е. требуется найти наименьшее значение функционала

$$L = \sum_{i \in J} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_i \cap P_j} c_{ijk}^k x_{ij}^k + \sum_{i \in J} \sum_{k \in K_i} \varphi_i^k(x_i^k) + \sum_{i \in J} \Pi_i(x_i) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in K_i \cap P_j} x_{ij}^k = x_{ij}^k \leq a_{ij}^k, i \in J, k \in K_i, \quad (2)$$

$$\sum_{k \in P_j \cap K_i} x_{ij}^k = b_j^k, j \in J, k \in P_j, \quad (3)$$

$$\sum_{k \in K_i} x_i^k = x_i, i \in J, \quad (4)$$

$$x_i \geq 0, x_i^k \geq 0, k \in K_i, x_{ij}^k \geq 0, k \in K_i \cap P_j, i \in J, j \in J, \quad (5)$$

где

$$\Pi_i(x_i) = \begin{cases} \Pi_i, & x_i > 0, \\ 0, & x_i = 0, i \in J. \end{cases}$$

Предположим, что суммарный объем потребления не превышает суммы верхних границ объемов производства по всем видам продукции, т.е.

$$b_j = \sum_{i \in J} b_j^k \leq \sum_{i \in J} a_{ij}^k, k \in U_{K_i} = U_{P_j}, j \in J, \gamma_0 = |U_{K_i}|$$

Введем условный пункт A_0 , имеющий возможность производить γ_0 видов продукции с возможными объемами производства каждого вида $x_0^k, k \in K_0 = \{1, 2, \dots, \gamma_0\}$, ограниченными сверху величиной $a_0^k = b_j^k, k \in K_0$, и со сколь угодно большими постоянными транспортными расходами $c_{0j} = M, j \in J$, с функциями

$$\varphi_0^k(x_0^k) = 0, \Pi_0(\sum_{k \in K_0} x_0^k) = 0.$$

Обозначим через $\bar{J}$ множество индексов пунктов производства, т.е. $\bar{J} = \{0, 1, 2, \dots, m\}$.

Аналогично [3] каждый пункт производства $A_i, i \in \bar{J}$, выпускающий k видов продукции, рассмотрим как множество пунктов $A_{ik}, i \in \bar{J}, k \in K_i$, а каждый пункт потребления $B_j, j \in J$, потребляющий продукции k -го вида, $k \in P_j$, - как множество пунктов $B_{jk}, j \in J, k \in P_j$. Тогда каждому пункту A_{ik} будет соответствовать некоторый объем производства $x_{ik} \leq a_{ik}^k, i \in \bar{J}, k \in K_i$. Соответственно объем перевозок из A_{ik} в B_{jk} при $k \in K_i \cap P_j \neq \emptyset$ будет x_{ij}^k , а стоимость перевозки единицы продукции - c_{ijk}^k .

Обозначим через Δ_i множество пар индексов $\{ik^k\}, k \in K_i$, а через $\Delta(J)$ - множество $\bigcup_{i \in \bar{J}} \Delta_i$. Аналогично обозначим через $\bar{J}$ множество пар индексов $\{jk^k\}, j \in J, k \in P_j$. Тогда, согласно принятым обозначениям, задачу (1)-(5) запишем в виде: найти минимум

$$L = \sum_{i \in \bar{J}} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K_i \cap P_j} c_{ijk}^k x_{ij}^k + \sum_{i \in \bar{J}} \Pi_i(x_i) + \sum_{i \in \bar{J}} \varphi_i^k(x_i^k) \quad (6)$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in \bar{J}} x_{ik'jk'} = x_{ik'} \leq a_{ik'}, \quad ik' \in A(\bar{J}), \quad (7)$$

$$\sum_{ik' \in A(\bar{J})} x_{ik'jk'} = b_{jk'}, \quad j \in \bar{J}, \quad (8)$$

$$\sum_{ik' \in A_i} x_{ik'} = x_i, \quad i \in \bar{I}, \quad (9)$$

$$x_i \geq 0, \quad i \in \bar{I}, \quad x_{ik'} \geq 0, \quad x_{ik'jk'} \geq 0, \quad ik' \in A(\bar{J}), \quad j \in \bar{J}, \quad (10)$$

где

$$\bar{c}_{ik'jk'} = c_{ik'jk'} + c_{ik'}, \quad ik' \in A(\bar{J}), \quad k' = k',$$

$$c_{ik'jk'} = \begin{cases} c_{ij}^k, & k' = k'', \\ M, & k' \neq k'', \quad k' \in K_i, \quad k'' \in P_j, \quad i \in \bar{I}, \quad j \in \bar{J}. \end{cases}$$

$$\text{sign}(x_{ik'}) = \begin{cases} 0, & x_{ik'} = 0, \\ 1, & x_{ik'} > 0, \end{cases} \quad ik' \in A(\bar{J}).$$

Обозначим через $\delta(\omega)$ произвольное подмножество множества $A(\bar{J})$, где $\delta(\omega) = \bigcup_{i \in \omega} \mu_i$, а μ_i и ω — подмножества множеств A_i и $\bar{I}$ соответственно. В дальнейшем будем считать, что элементы множества A_i всегда являются элементами любого подмножества $\delta(\omega) \subset A(\bar{J})$. Тогда на каждом подмножестве $\delta(\omega) \subset A(\bar{J})$ может быть определено значение функционала

$$L(\delta(\omega), \bar{J}) = \sum_{ik' \in \delta(\omega)} \sum_{j \in \bar{J}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{ik' \in \delta(\omega)} p_{ik'} + \sum_{i \in \omega} \pi_i \quad (11)$$

при ограничениях

$$\sum_{j \in \bar{J}} x_{ik'jk'} \leq a_{ik'}, \quad ik' \in \delta(\omega), \quad (12)$$

$$\sum_{ik' \in \delta(\omega)} x_{ik'jk'} = b_{jk'}, \quad j \in \bar{J}, \quad (13)$$

$$x_{ik'jk'} \geq 0, \quad ik' \in \delta(\omega), \quad j \in \bar{J}. \quad (14)$$

Обозначим через $P(\delta(\omega))$ минимальное значение функционала (11) на $R(\delta(\omega))$, заданное ограничениями (12)–(14). Тогда исходная задача может быть сформулирована следующим образом. Требуется определить такое множество $\delta^*(\omega^*) \subset A(\bar{J})$, на котором $P(\delta(\omega))$ достигала бы своего наименьшего значения $P(\delta^*(\omega^*))$, т.е.

$$P(\delta^*(\omega^*)) = \min_{\delta(\omega) \subset A(\bar{J})} \{ P(\delta(\omega)) \}.$$

Решить задачу простым перебором невозможно из-за большого числа подмножеств $\delta(\omega) \subset A(\bar{J})$. Для ее решения используем метод последовательных расчетов В.П. Черенина [1, 2].

Достаточное условия применимости метода последовательных расчетов для этой задачи имеет вид

$$S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) = P(\delta_1(\omega_1)) + P(\delta_2(\omega_2)) - P(\alpha(\bar{\omega})) - P(\beta(\bar{\omega})) - \gamma(\omega_1, \omega_2) \leq 0, \quad (15)$$

где $\delta_1(\omega_1)$ и $\delta_2(\omega_2)$ — произвольные подмножества множества $A(\bar{J})$, $\alpha(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cup \delta_2(\omega_2)$, $\beta(\bar{\omega}) = \delta_1(\omega_1) \cap \delta_2(\omega_2)$ и

$$\gamma(\omega_1, \omega_2) = \sum_{i \in \omega_1} \pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \pi_i - \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i - \sum_{i \in \bar{\omega}} \pi_i.$$

Покажем, что $P(\delta(\omega))$ удовлетворяет условию (15).

Очевидно, что

$$P(\delta(\omega)) = \min_{R(\delta(\omega))} \left\{ \sum_{ik' \in \delta(\omega)} \sum_{j \in \bar{J}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{ik' \in \delta(\omega)} p_{ik'} + \sum_{i \in \omega} \pi_i \right\}.$$

Следовательно, условие (15) запишется в виде

$$S(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) = \min_{R(\delta_1(\omega_1))} \left\{ \sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{j \in \bar{J}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} p_{ik'} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i \in \omega_1} \Pi_i \} + \min \left\{ \sum_{i \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{j \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{i \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i \right\} \\
& - \min \left\{ \sum_{i \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{j \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{i \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i \right\} \\
& - \min \left\{ \sum_{i \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{j \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{i \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_i + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i \right\} \\
& - \sum_{i \in \omega_1} \Pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \Pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \Pi_i \leq 0.
\end{aligned} \quad (16)$$

Предположим, что для задачи (II)-(14) на множествах $\delta_1(\omega_1)$ и $\delta_2(\omega_2)$ имеются допустимые планы $\{x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)}\}$, $\{x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)}\}$, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)} = x_{ik'jk'}^{\lambda(\bar{\omega})}, \quad ik' \in \lambda(\bar{\omega}) | \delta_1(\omega_1), jk' \in \bar{\gamma}, \quad (17)$$

$$x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)} = x_{ik'jk'}^{\lambda(\bar{\omega})}, \quad ik' \in \lambda(\bar{\omega}) | \delta_2(\omega_2), jk' \in \bar{\gamma}, \quad (18)$$

$$x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)} + x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)} = x_{ik'jk'}^{\lambda(\bar{\omega})} + x_{ik'jk'}^{\beta(\bar{\omega})}, \quad ik' \in \beta(\bar{\omega}), jk' \in \bar{\gamma}, \quad (19)$$

$$\sum_{jk' \in \bar{\gamma}} x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)} \leq a_{ik'}, \quad ik' \in \delta_1(\omega_1), \quad (20)$$

$$\sum_{jk' \in \bar{\gamma}} x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)} \leq a_{ik'}, \quad ik' \in \delta_2(\omega_2), \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
\min \{ x_{ik'}^{\lambda(\bar{\omega})}, x_{ik'}^{\beta(\bar{\omega})} \} & \leq x_{ik'}^{\delta_1(\omega_1)}, x_{ik'}^{\delta_2(\omega_2)} \leq \max \{ x_{ik'}^{\lambda(\bar{\omega})}, x_{ik'}^{\beta(\bar{\omega})} \} \leq a_{ik'}, \\
& ik' \in \beta(\bar{\omega}),
\end{aligned} \quad (22)$$

где $\{x_{ik'jk'}^{\lambda(\bar{\omega})}\}$ - оптимальный план задачи (II)-(14) на множестве $\lambda(\bar{\omega})$, а $\{x_{ik'jk'}^{\beta(\bar{\omega})}\}$ - на множестве $\beta(\bar{\omega})$.

Тогда для доказательства неравенства (16) достаточно показать, что

$$\begin{aligned}
\{(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2))\} &= \sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)} + \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_{ik'} + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i - \\
&= \sum_{i \in \omega_1} \Pi_i + \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)} + \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_{ik'} + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i - \\
&= \sum_{ik' \in \lambda(\bar{\omega})} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\lambda(\bar{\omega})} - \sum_{ik' \in \lambda(\bar{\omega})} \Pi_{ik'} - \sum_{i \in \bar{\omega}} \Pi_i - \\
&= \sum_{ik' \in \beta(\bar{\omega})} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\beta(\bar{\omega})} - \sum_{ik' \in \beta(\bar{\omega})} \Pi_{ik'} - \sum_{i \in \bar{\omega}} \Pi_i - \\
&= \sum_{i \in \omega_1} \Pi_i - \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \Pi_i + \sum_{i \in \bar{\omega}} \Pi_i \leq 0.
\end{aligned} \quad (23)$$

Из определения множеств $\lambda(\bar{\omega})$ и $\beta(\bar{\omega})$ видно, что

$$\sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} \Pi_{ik'} + \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_{ik'} = \sum_{ik' \in \lambda(\bar{\omega})} \Pi_{ik'} + \sum_{ik' \in \beta(\bar{\omega})} \Pi_{ik'}.$$

Следовательно, после соответствующих сокращений неравенство (23) имеет вид

$$\begin{aligned}
\bar{g}(\delta_1(\omega_1), \delta_2(\omega_2)) &= \sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)} + \\
&+ \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)} - \sum_{ik' \in \lambda(\bar{\omega})} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\lambda(\bar{\omega})} - \\
&- \sum_{ik' \in \beta(\bar{\omega})} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\beta(\bar{\omega})} \leq 0.
\end{aligned} \quad (24)$$

Действительно, так как $\{x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)}\}$ и $\{x_{ik'jk'}^{\delta_2(\omega_2)}\}$ не являются оптимальными решениями соответствующих задач, то имеют место неравенства

$$\begin{aligned}
\min \left\{ \sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'} + \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_{ik'} + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i \right\} &\leq \\
&\leq \sum_{ik' \in \delta_1(\omega_1)} \sum_{jk' \in \bar{\gamma}} \bar{c}_{ik'jk'} x_{ik'jk'}^{\delta_1(\omega_1)} + \sum_{ik' \in \delta_2(\omega_2)} \Pi_{ik'} + \sum_{i \in \omega_2} \Pi_i,
\end{aligned}$$

$$\min_{R(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2))} \left\{ \sum_{i \in A(w_1)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in B(w_1)} \pi_i + \sum_{i \in A(w_2)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in B(w_2)} \pi_i \right\} \leq \sum_{i \in A(w_1)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_1)} + \sum_{i \in B(w_1)} \pi_i + \sum_{i \in A(w_2)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_2)} + \sum_{i \in B(w_2)} \pi_i.$$

Следовательно, $S(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)) \leq \bar{S}(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2))$. Поэтому из $\bar{S}(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)) \leq 0$ следует $S(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)) \leq 0$.

Докажем неравенство (24). Используя условия (17), (18), запишем его в виде

$$\begin{aligned} \bar{S}(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)) = & \sum_{i \in A(w_1) \setminus \delta_2(w_2)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_1)} + \\ & + \sum_{i \in B(w_1)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_1)} + \sum_{i \in A(w_1) \setminus \delta_1(w_1)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_1)} + \\ & + \sum_{i \in A(w_2)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_2)} - \sum_{i \in A(w_1) \setminus \delta_1(w_1)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_1)} - \\ & - \sum_{i \in A(w_1) \setminus \delta_2(w_2)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_1)} - \sum_{i \in A(w_2) \setminus \delta_1(w_1)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_2)} - \\ & - \sum_{i \in A(w_2) \setminus \delta_2(w_2)} \sum_{j \in G} \bar{c}_{ij} x_{ij}^{(w_2)} \leq 0. \end{aligned}$$

Отсюда, учитывая (17)–(19), получим $\bar{S}(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)) \leq 0$. Следовательно, $S(\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)) \leq 0$.

Таким образом, доказаны достаточные условия применимости метода последовательных расчетов к задаче (6)–(10) в предположении, что для задачи (11)–(14) на множествах $\delta_1(w_1), \delta_2(w_2)$ существуют допустимые планы $\{x_{ij}^{(w_1)}\}, \{x_{ij}^{(w_2)}\}$, которые удовлетворяют условиям (17)–(22).

Доказательство существования допустимых планов, удовлетворяющих условиям (17)–(22), аналогично таковому в [4].

Доказанное утверждение позволяет применять для нахождения минимального значения функционала (6) на множестве, заданном ограничениями (7)–(10), направленный перебор вариантов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черенин В.П. Решение некоторых задач оптимального планирования методом последовательных расчетов. // Материалы конференции по опыту и перспективам применения математических методов и ЭВМ в планировании. – Новосибирск, 1962.
2. Черенин В.П., Хачатуров Б.Р. Решение методом последовательных расчетов одного класса задач о размещении производства. // Экономико-математические методы. – М.: Наука, 1965.
3. Хусунбаев А. Решение многопродуктовой задачи размещения методом последовательных расчетов. // Докл. сб., с. 70–81.
4. Хусунбаев А. Применение метода последовательных расчетов для решения одного класса задач размещения производства. // Применение экономико-математических методов в народном хозяйстве. – Фрунзе: Илим, 1980.

Б.З.Черенков, Б.Н.Герасименко, И.В.Лукашова

О СУЩЕСТВОВАНИИ ДОПУСТИМОГО РЕШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ПЛАНИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

Для проектирования планировки участка поверхности требуется установление проектной поверхности, удовлетворяющей требованиям намеченного способа полива, с минимальным объемом строительных работ и нарушений почвенного покрова, определение мест и величин срезок и подсыпок почвогрунта, маршрутов и дальности его перемещения, общей и удельной стоимости планировочных работ [1].

Заданный участок планировки, как правило, произвольной конфигурации. Поверхность заданного участка представляем в виде сеточной модели, которую строим следующим образом.

Всю поверхность участка покрываем сеткой с регулярным шагом разбиения и выбираем наименьший прямоугольник, который полностью содержит заданный участок. В каждой вершине квадрата задается отметка высоты, являющаяся средней отметкой квадрата со стороной, равной шагу разбиения сетки, если вершина квадрата принадлежит участку, в противном случае вершине

присваивается нулевой отметка. Поскольку при постройке участка откосы некоторой вершины находятся на пределах участка планировки, то условно эти вершины считать нулевыми.

Как правило, участок планировки не проектируется в целом, а разбивается на подучастки. Разбивке подлежат:

1) по границам естественного изменения уклонов местности так, чтобы сохранить минорельеф [1];

2) так, чтобы использование техники носило оптимальный характер. Поскольку трактор не является транспортной машиной, то большая дальность возки увеличит стоимость перемещения грунта [2]. Однако нельзя и сильно уменьшать участок, т.е. надо учитывать в некоторых технических особенностях строения (например, угол разворота);

3) с учетом сабвоборота, т.е. планировку можно делать либо на всем участке сразу, либо на каждом подучастке отдельно с последующей их стыковкой [1].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Введем обозначения:

Z_0 — проектная отметка узла, расположенного на пересечении бесконечного и конечного откосов;

Z_1 — объем грунта, принимаемый для заделки откоса, прохода;

Если при устройстве откоса на ширине $2B$ отрезок $2B$ условно делится на две части, то с отрицательным значением B , если — наполовину, то с положительным.

Задача планировки состоит в построении поверхности, удовлетворяющей следующим условиям:

$$1) A_0(x) \in Z_0, \quad Z_0 = A_0(x);$$

$$B_0(x) = Z_0 - Z_1 = B_1(x);$$

где $A_0(x) = A_1(x)$ — соответствующие значения на соответствующих продолженных откосах на $2B$ -ом участке, $x = 0, 1, 2, \dots, n$;

$B_0(x), B_1(x)$ — соответствующие минимальные значения на откосах; $B_0(x) = B_1(x)$ — соответствующие значения на $2B$ -ом участке;

$2B_1(x) - 2B_0(x)$ — разность отметок в точках, принадлежащих к откосам $2B$;

$2B_1(x) - 2B_0(x)$ — разность балков сумм точек и точек $2B$ и заданных соотношений;

где S — сумма, P — подысказка;

4) минимизация функционала объема грунта

$$Z = \sum S_i P_i \rightarrow \min,$$

где $S_i P_i$ — объем перемещаемого грунта [1].

ПОСТРОЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ. При проектировании капитальной планировки земель итерационными методами возможна ситуация, когда получить решение невозможно, т.е. диапазон перепадов на подучастках не позволяет построить искомую поверхность внутри этих перепадов так, чтобы на переходах от одного подучастка к другому не было разрывов, т.е. не происходило нарушения условий. Следовательно, при первом анализе перепадов на подучастках необходим с целью выявления этой ситуации до начала итерационного процесса. Введем некоторые определения.

Определение 1.

Поверхность называется проектной, если она является допустимой и оптимальной.

Определение 2.

Поверхность называется условно допустимой, если каждая ее точка удовлетворяет условиям (1), (2).

Определение 3.

Поверхность называется допустимой, если при ее построении выполняются условия (1)–(3).

Определение 4.

Поверхность называется оптимальной, если она является допустимой и выполняется условие (4).

Решение задачи построения проектной поверхности выполняется в 2 этапа:

- 1) построение условно-допустимой поверхности;
- 2) построение допустимой и оптимальной поверхности.

Нами исследовалась возможность условно-допустимого решения и допустимого с одновременной оптимизацией [3].

Определение 5.

Поверхность, каждая точка которой совпадает с минимальными на термике границ допустимых интервалов изменения отметок искомой поверхности, называется первой предельной поверхностью.

Определение 6.

Поверхность, каждая точка которой совпадает с максимальной из нижних границ допустимых интервалов изменения отметок искомой поверхности, называется нижней предельной поверхностью.

Для построения предельных поверхностей необходимо знание минимальных и максимальных перепадов в обоих направлениях на всех подучастках. В общем случае будем считать, что поверхность многонаклонная, т.е. каждый подучасток имеет свои перепады в обоих направлениях.

Рассмотрим подробно процесс построения верхней предельной поверхности.

В качестве начального приближения значения верхней предельной поверхности возьмем плоскость, почти бесконечно удаленную от реальной поверхности.

Поскольку мы имеем дело с перепадами, т.е. изменением отметок поверхности в вертикальном и горизонтальном направлениях, то в качестве начальной можно взять любую точку поверхности.

Условимся для определенности первой точкой считать левую верхнюю точку прямоугольника, содержащего данный участок. Эту точку будем считать нулевой и от нее начнем построение верхней предельной поверхности.

Сначала внесем ясность в понятие минимального и максимального перепадов (см. рис. I).

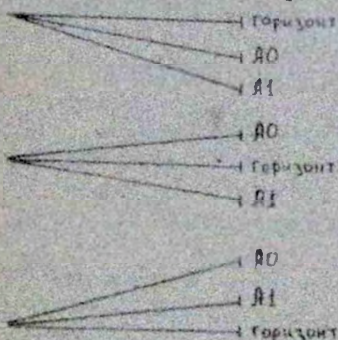


Рис. I.

1. Если обе линии, характеризующие перепады, находятся ниже линии горизонта, то минимальный перепад AO и максимальный перепад AI имеют положительные знаки.
2. Если линия, характеризующая минимальный перепад, находится выше линии горизонта, а линия, характеризующая максимальный, — ниже, то минимальный перепад AO и знак является отрицательным, а максимальный перепад AI и знак — положительным.

3. Если обе линии, характеризующие перепады, находятся выше линии горизонта, то минимальный перепад AO и максимальный перепад AI имеют отрицательные знаки.

Из изложенного следует, что алгебраическое значение минимального перепада всегда меньше алгебраического значения максимального.

Продолжим процедуру построения верхней предельной поверхности. Все точки рассматриваемого участка находятся на пересечении вертикальных и горизонтальных створов.

Строить верхнюю предельную поверхность можно, начиная с любой точки. Пусть первая точка имеет координаты (i, j) , тогда для точки верхней предельной поверхности, лежащих в одних створах с точкой с координатами (i, j) , можно вычислить значения верхней предельной поверхности последовательно от точки к точке по следующему правилу:

$$SI_{j+1}^2 = SI_j^2 + AO(i),$$

где SI_j^2 — значения верхней предельной поверхности в точке с координатами (i, j) , индекс 2 означает, что значение получено по горизонтальному створу;

$AO(i)$ — значение минимального перепада в горизонтальном направлении на i -ом подучастке, которому принадлежит точка $(i, j+1)$.

Аналогичное правило имеет место и для прохода в вертикальном направлении:

$$SI_{j+1}^1 = SI_j^1 + BO(i).$$

где SI_{j+1}^1 — значения верхней предельной поверхности в точке с координатами (i, j) , индекс 1 означает, что значение получено по вертикальному створу.

Тогда значение верхней предельной поверхности в соответствии с определением 6 в точке с координатами $(i, j+1)$ выберем минимальное из двух полученных выше значений по следующему правилу:

$$SI_{j+1}^0 = \min \{ SI_{j+1}^2, SI_{j+1}^1 \}.$$

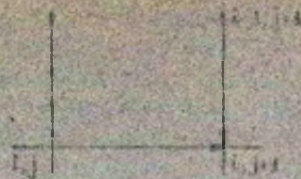


Рис. 2.

Из рис. 2 видно, что значение точки с координатами $(1, 1)$ по горизонтали формирует точку с координатами $(1, 1)$, а по вертикали — точка с координатами $(1, 1)$.

Поскольку при переходе от точки к точке мы непрерывно переходим от подучастка к подучастку, возникает две ситуации:

1) значения точек верхней предельной поверхности определяются в пределах одного подучастка;

2) значения точек верхней предельной поверхности определяются при переходе от одного подучастка к другому.

В первом случае верхняя предельная поверхность выглядит как плоскость, секущая поверхность подучастка под определенным углом, определяемым из минимального перепада на этом подучастке. Однако эта ситуация отмечается только до момента перехода к другому подучастку, который имеет свои перепады. Если границы между участками проходит не по створам, а между ними, тогда считаем, что на часть предыдущего подучастка, находящегося слева от границы, будут действовать перепады последующего подучастка и на нем верхняя предельная поверхность снова будет представлять собой секущую плоскость, но с другим углом, определяемым перепадом нового подучастка. Когда пройдем все точки подучастка, то верхняя предельная поверхность будет выглядеть как система плоскостей в общем случае с разрывами по границам подучастков, т.е. с нарушением условия (I).

Действительно, должны выполняться следующие условия:

$$\begin{aligned} S_{2y}^* &\leq S_{1y}^*, \\ S_{2y}^* &\leq S_{1y}^*, \end{aligned}$$

Определим значения верхней предельной поверхности по указанному выше правилу.

Пусть

$$S_{1y}^* = S_{1y}^* - \min \{ S_{1y}^*, S_{2y}^* \}.$$

Тогда

$$S_{2y}^* \leq S_{1y}^*.$$

$$S_{1y}^* \leq S_{2y}^*.$$

Однако это не дает гарантии, что $S_{2y}^* \leq S_{1y}^*$, т.е. это выражение может иметь вид $S_{2y}^* > S_{1y}^*$, что и есть нарушение условия (I) — разрыв.

Рассмотрим процедуру обратного прохода, где правой точкой будет служить точка с координатами (M, A) . Обратный проход необходим для корректировки значений верхней предельной поверхности, причем корректировка имеет место только тогда, когда вновь полученное значение точки верхней предельной поверхности меньше полученного ранее (т.е. вся процедура сводится к понижению верхней предельной поверхности).

Существенным представляется то, что при проходе снизу вверх на верхнюю предельную поверхность будут действовать максимальные перепады на подучастках, а также и обратные значения. Это видно на рис. 3.

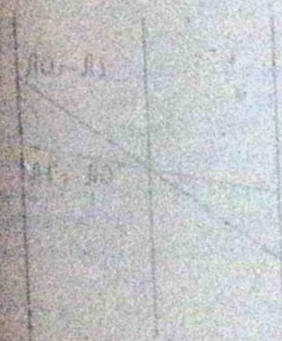


Рис. 3.

Рассмотрим правую часть от оси. Поскольку оба перепада находятся на одной горизонтальной линии, то она имеет положительный знак. Проведем минимальный перепад AB , максимальный — AC . Если продолжим линии, характеризующие перепады на другой плоскости, то при $AC > AB$ — $AC - AB$. Это свойство и является основой предложенного способа корректировки предельных поверхностей, то есть понижения вершин и повышения пиков.

Вот, что для точек, находящихся в горизонтальных створах,

$$S1'_{y,i+1} = S1'_{y,i+2} + A1(K),$$

для точек, находящихся в вертикальных створных,

$$S1'_{y,i+1} = S1'_{y,i+2} + B1(K),$$

где $A1(K)$, $B1(K)$ — значения максимальных перепадов в горизонтальном и вертикальном направлениях на K -ой подучастке, которому принадлежит точка с координатами $(i, j+1)$.

Звездочка означает, что итерация идет в обратном направлении. Тогда значение верхней предельной поверхности в соответствии с определением 5 в точке с координатами $(i, j+1)$ выбирается минимальным, т.е.

$$S1'_{y,i+1} = \min \{ S1'_{y,i+1}, S1'_{y,i+1} \}.$$

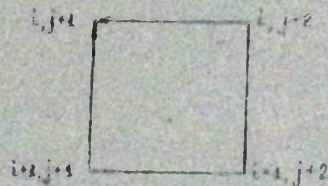


Рис. 4.

Из рис. 4 видно, что на точку с координатами $(i, j+1)$ при обратном проходе действуют точки с координатами $(i, j+2)$ и $(i+1, j+1)$. Остается найти минимум между значением $S1'_{y,i+1}$, сформированным при прямом проходе, и $S1'_{y,i+1}$, сформированным при обратном; значение верхней предельной поверхности считается найденным:

$$S1_y = \min \{ S1'_{y,i+1}, S1'_{y,i+1} \}.$$

Если при обратном проходе для точек верхней предельной поверхности удастся устранить полученные разрывы, то верхняя

предельная поверхность превращается в систему сомкнутых плоскостей. Действительно,

$$S2'_y \leq S1'_y,$$

$$S2'_y \leq S1'_y$$

и пусть

$$S1_y = S1'_y.$$

Однако, т.к. нет гарантии, что $S2'_y \leq S1'_y$, то надо найти такое Δ , чтобы $S1'_y = S1'_y + \Delta$ обеспечивало выполнение условия

$$S2'_y \leq S1'_y + \Delta \leq S1'_y.$$

Если такое Δ найдется, то разрывы уничтожаются, уступы сглаживаются и верхняя предельная поверхность превращается в систему сомкнутых плоскостей.

После прохода в прямом и обратном направлениях процедура построения верхней предельной поверхности считается завершенной.

Для построения нижней предельной поверхности используется та же процедура, только минимум во всех формулах меняется на максимум и, следовательно, меняются местами соответствующие минимальные и максимальные перепады.

Если построение нижней и верхней предельных поверхностей возможно, то возможно и построение условно-допустимой поверхности. Если же построить предельные поверхности невозможно, в индикаторе этого будет разрыв между участками такого вида, когда верхняя предельная поверхность последующего участка будет ниже значений нижней предельной поверхности, тогда и получение условно-допустимой поверхности при этих исходных данных невозможно.

Итак, сформулирована теорема о существовании условно-допустимого решения.

ТЕОРЕМА. Решение задачи построения проектной поверхности, определяемой выражениями (1)–(4), существует, если построение верхней и нижней предельных поверхностей возможно (т.е. происходит без противоречий).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По определению условно-допустимой поверхности, каждая ее точка лежит в интервале между верхней и ниж-

ней предельными поверхностями в этой точке, т.е.

$$S2_j(K) = Z_j(K) \leq S1_j(K). \quad (*)$$

Покажем, что нельзя построить условно-допустимую поверхность, если при построении предельных поверхностей возникает ситуация, когда

$$S1_j(K) < S2_j(K). \quad (**)$$

Тогда из (*), (**) имеем

$$Z_j(K) \leq S1_j(K) < S2_j(K),$$

следовательно,

$$Z_j(K) < S2_j(K),$$

но тогда

$$S2_j(K) \leq Z_j(K) < S2_j(K) \quad \text{или} \quad S2_j(K) < S2_j(K).$$

Приходим к противоречию с определением, что и доказывает теорему.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меренков В.З., Герасименко Е.Н., Коваленко В.Г. Автоматизированная система проектирования (АСП-2) капитальной планировки орошаемых земель на ЭВМ. - Фрунзе, 1974.
2. Меренков В.З., Герасименко Е.Н. К выбору схемы производства планировочных работ//Вопросы водного хозяйства. - Фрунзе, 1972. - Вып.28.
3. Меренков В.З., Герасименко Е.Н. Алгоритм построения многоэвальной топографической поверхности//Вопросы водного хозяйства. - Фрунзе, 1972. - Вып.28.

М.А.Иванченко, В.Г.Дорошенко

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ МАТРИЦЫ БЛОЧНО-ДИАГОНАЛЬНОЙ ПОИСКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ РЕГИОНАЛЬНЫХ АПК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИАЛОГОВОЙ СИСТЕМЫ "ПРИКОС"

Для оптимизации социально-экономического развития регионов необходима оптимизация производственной структуры регионов.

нальных (республиканских, областных и т.д.) аграрно-промышленных объединений.

Задача обоснования производственной структуры может быть сформулирована следующим образом: определить плановые решения по специализации предприятий, уровню концентрации их отраслей и кооперированию для эффективного выполнения заданий, доводимых региону, при наиболее рациональном использовании производственных ресурсов. Это требует:

обоснования выбора производственной программы, наиболее рациональной для данного региона. Выбор производственной программы заключается в определении ассортимента и объемов реализации продукции по различным направлениям;

распределения планового задания по производству продукции и выделяемых ресурсов между предприятиями региона. Распределение осуществляется исходя из имеющихся ресурсов (земельных, материально-технических, трудовых) и возможностей их качественного и количественного преобразования с учетом поступающих ресурсов (техника, материалы, минеральные удобрения). Учитываются также достигнутый уровень урожайности сельскохозяйственных культур и продуктивности животных и соответствующие показатели планового периода. Специализация сельскохозяйственных предприятий определяется с учетом интересов всего региона, возможностей расширения основных отраслей и ликвидации отраслей с низкой эффективностью.

Для определения производственно-технологического направления развития предприятий обосновываются технологические схемы хозяйства, отражающие их специализацию и место в региональном разделении труда, определяются основные производственные параметры, обеспечивающие требуемые объемы производства продукции (структура стада и поголовье скота, посевные площади, рациональное использование кормов и т.д.).

Обоснование характера и интенсивности взаимосвязей между предприятиями осуществляется в соответствии со специализацией на отдельных стадиях общего технологического процесса. Количественные взаимосвязи выражаются в объемах поставок и получения промежуточной продукции, распределяемой в рамках региона.

При разработке рациональной структуры производственного комплекса региона он должен рассматриваться как система предприятий, осуществляющих производство на основе кооперирования, имеющих взаимосвязанные параметры, обеспечивающих согласованное развитие хозяйств.

Взаимосвязанные условия и факторы производства, требование многовариантности решений для выбора наилучшего, необходимость корректировки плана без нарушения его качества определяют сложность задачи выбора производственной структуры регионального АПК.

Метод комплексного решения указанных вопросов основан на оптимизационных моделях производства, позволяющих определить:

- 1) объемы реализации продукции сельскохозяйственных предприятий (государству, по межхозяйственным связям, населению), получения продукции по межхозяйственным поставкам;
- 2) объемы переработки продукции на региональных предприятиях;
- 3) объемы выделяемых (или требуемых) предприятиями ресурсов;
- 4) объемы производства сельскохозяйственной продукции и параметры, характеризующие размеры производства;
- 5) объемы продукции, требующей переработки на межрегиональных предприятиях.

Требуется с помощью модели оптимизации производственной структуры оптимизировать параметры с позиций выбранного критерия.

Вследствие детализации оптимизируемых параметров и охвата двенадцати хозяйств Калининского района, послуживших базой для отработки методики, размерность задачи возрастает. В связи с этим значительно увеличивается время подготовки исходной информации, усложняется структура задачи. Обычные методы подготовки информации — ручная обработка данных и формирование матрицы, кодирование и перфорирование — в данном случае очень трудоемки. Для ускорения и упрощения работы желательно применение средств диалоговой системы "ПРИМУС".

Для решения задачи оптимизации производственной структуры Калининского РАПО была использована информация производственно-финансовых планов двенадцати сельскохозяйственных предприятий Калининского района. Выбор хозяйства для составления исходной матрицы осуществлялся следующим образом. Просматривался перечень сельскохозяйственных культур, земельных угодий, видов сельскохозяйственных животных и птицы, подсобных производств, производств по переработке и приготовлению кормов. Выбиралось хозяйство, указанный перечень которого наиболее полный, т.к. исходная матрица должна в наибольшей степени отражать характерные особенности и специфику хозяйств Калининского РАПО. Таким требованием удовлетворяет колхоз им. Крупской, для которого и была составлена исходная матрица. Она содержит 131 переменную и 85 ограничений. При корректировке технико-экономических коэффициентов матрицы лишние переменные и ограничения легко устраняются.

Для удобства использования была принята следующая система индексации: первые две позиции после латинской буквы, означающей переменную или ограничение, занимал номер хозяйства от I до 12, следующие три позиции — порядковый номер переменной или ограничения. Таким образом, исходная матрица содержала следующий набор переменных и ограничений:

переменные:

$X_{011}-X_{0132}$ — сельскохозяйственные угодья (в т.ч. на поливе и богаре);

$X_{0133}-X_{0175}$ — производство сельскохозяйственных культур и реализация (государству, на корм, населению, в централизованный фонд);

$X_{0176}-X_{0190}$ — производство и реализация кормов (на собственные нужды по видам кормов, государству, в централизованный фонд);

$X_{0191}-X_{01121}$ — производство и реализация продукции животноводства (государству на мясо и племяродожа, населению);

$X_{01122}-X_{01130}$ — распределение из централизованного фонда;

X_{01131} — текущие затраты;

ограничения:

- $Y_{011} - Y_{017}$ - по земельным ресурсам (в т.ч. пашенным и богорным);
- $Y_{018} - Y_{019}$ - по трансформации земель;
- $Y_{0110} - Y_{0130}$ - по производству и распределению продукции;
- $Y_{0131} - Y_{0180}$ - по формированию структуры рациона кормления;
- $Y_{0181} - Y_{0182}$ - основные фонды в растениеводстве и животноводстве;
- Y_{0183} - стоимость реализованной продукции;
- Y_{0185} - затраты на производство единицы продукции.

При формировании матрицы в нее включались лишь те переменные и ограничения, которые носят замкнутый характер, т.е. относятся только к одному конкретному хозяйству. Универсальные переменные выносились в связующий блок.

Таким образом задана структура матрицы, которая является единой для всех 12 хозяйств.

На следующем этапе с использованием средств диалоговой системы "ПРИМУС", работающей в среде операционной системы ОС ЕС, исходная матрица была протипизирована 12 раз, в результате чего она была записана в 12 разделов одного библиотечного набора данных. Затем полученные матрицы последовательно подверглись переиндексации, т.е. переменные и ограничения каждой матрицы получили номера соответственно от 2 до 12.

Таким образом, переменные второго хозяйства приобрели вид $X_{021} - X_{02131}$. Для переиндексации использовались средства команды коррекции рабочего набора данных (*CORR*), а именно, команда контекстной замены строк. Дальнейшая работа заключалась в коррекции исходной матрицы на основе информации по каждому хозяйству. С терминального устройства последовательно вносились изменения в технико-экономические коэффициенты, уточнялся состав переменных и ограничений, изменялись значения правых частей ограничений и ограничения на переменные.

На следующем этапе была сформирована матрица блочно-диагональной структуры задачи оптимизации производственной структуры Калининского РАО (рисунок).

Для подготовки блочно-диагональной матрицы к расчетам осуществляется объединение двенадцати разделов библиотеки,

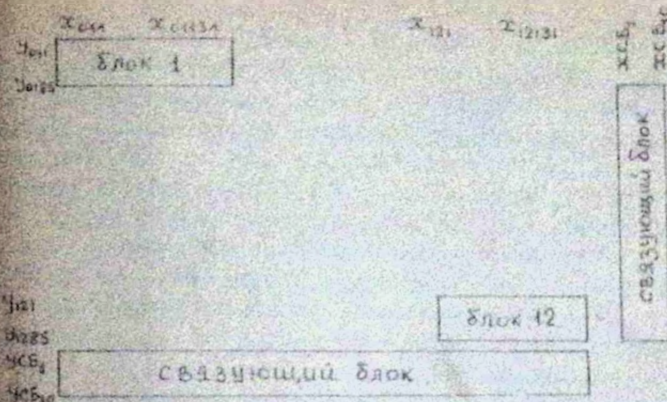


Рис.

содержащих информацию о двенадцати хозяйственных РАО, в соответствии с требованиями формирования исходной информации пакета прикладных программ ЛП АСУ последовательно по секциям (комы, соиммы, инд, ограни). Секции записываются в порядке следования в резервный библиотечный раздел. При этом блочно-диагональная структура матрицы не нарушается, т.к. положение каждого технико-экономического коэффициента матрицы для каждого хозяйства определено однозначно парой его координат, т.е. номером столбца X и номером строки Y , пересечение которых указывает, к какой переменной (ограничению) x и какому хозяйству относится данный коэффициент.

Объединение разделов по секциям и затем секций в единый раздел осуществляется с использованием команды FROM (поставка фрагментов наборов данных в рабочий набор данных).

Связующие блоки добавляются к сформированной блочно-диагональной матрице и обеспечивают взаимосвязь между хозяйствами, их объединение в единый комплекс. Переменные связующего блока имеют следующий вид: XCB_i , индекс - порядковый номер переменной; ограничения обозначаются YCB_i , где индекс - порядковый номер ограничения. Таким образом, связующий блок

состоит из 10 переменных и 10 ограничений. В нем отражаются $XCB_T - XCB_{T0}$: объемы поставок и закупок промежуточной продукции, поступление и распределение из централизованного фонда.

Использование средств диалоговой системы "ПРИМУС" позволяет в значительной степени сократить время на подготовку информации, формирование матриц, кодирование и перфорирование исходных данных, т.к. все эти процедуры необходимы только для одного хозяйства для создания типовой исходной матрицы. Таким образом, время на подготовку исходной информации сокращается в 12 раз. Кроме этого значительно уменьшается вероятность ошибок в наименованиях переменных и ограничений, т.к. они тиражируются автоматически.

Применение средств "ПРИМУСА" также позволяет легко осуществлять корректировку исходной информации, использовать уже оформленную информацию для решения оптимизационных задач с другими функционалами и т.д.

СОДЕРЖАНИЕ

В.Н.Андреев. Методологические вопросы совершенствования планирования развития региональных производственных подкомплексов.....	3
В.Н.Андреев, И.Д.Стапаненко. К проблеме перевода табачного производства на арендный подряд.....	8
И.Д.Стапаненко. К проблеме распределения прибыли в условиях арендных отношений.....	23
В.И.Иваненко, Н.А.Чернецов. Экономико-математическое обоснование структуры парка землеройных машин.....	30
А.К.Касымкулов, К.С.Сейталиева. Исследование динамики основных фондов на основе методов среднесрочного прогнозирования.....	37
В.З.Черенков, В.И.Иваненко, Р.Г.Бобрус, Е.Н.Герасименко. Методика прогнозирования урожайности и себестоимости сельскохозяйственных культур для технико-экономических расчетов перераспределения водных ресурсов.....	43
Э.Г.Данге, Д.С.Бычков. Согласование интересов сторон в конфликтной ситуации с одним главным участником.....	53
А.Дусупбаев. Решение многопродуктовой задачи размещения методом последовательных расчетов.....	70
А.Дусупбаев, М.Асанкулова. Решение многопродуктовой задачи размещения с ограничениями на объем производства продукции.....	81
В.З.Черенков, Е.Н.Герасименко, И.В.Дукашова. О существовании допустимого решения в задаче планировки земли.....	89

И.А.Иваненко, В.Г.Дорошенко. Методика построения матрицы блочно-диагональной формы задачи оптимизации производственной структуры региональных АПК с использованием диалоговой системы "ПРИМУС"..... 98

УДК 338.439:338.26 (575.2)

Методологические вопросы совершенствования планирования развития региональных продуктовых подкомплексов. Андрияш В.Н. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Рассмотрены вопросы выделения и методологии планирования продуктовых подкомплексов на региональном и районном уровнях. Сформулированы рекомендации по составу продуктовых региональных подкомплексов.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 338.15:663.97:331.728

К проблеме перевода табачного производства на арендный подряд. Андрияш В.Н., Степаненко И.Д. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Анализируется организация производства на Фрунзенской табачной фабрике и обосновываются аргументы в пользу передачи предприятия в аренду.

Таблиц 9.

УДК 331.728:330.561.224

К проблеме распределения прибыли в условиях арендных отношений. Степаненко И.Д. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Обсуждаются некоторые подходы к установлению соотношения между прибылью и рентной платой арендатора, на примере иллюстрируются преимущества гибкой системы арендной платы в виде конкретной оговоренной суммы.

УДК 330.115:631.311.5

Экономико-математическое обоснование структуры парка землеройных машин. Иваненко В.И., Чарнецов Н.А. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Сформулирована экономико-математическая оптимизационная задача определения количественного и марочного состава парка землеройных машин строительной организации, приведены результаты решения на ЭЦ ВМ реальной задачи.

Таблица 7. Библиогр.: 5 назв.

УДК 338.27:51

Исследование динамики основных фондов на основе методов среднесрочного прогнозирования. Насимкулов А.И., Сейталиева К.С. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Сравниваются различные подходы к решению задачи о выборе главной линии, характеризующей основные тенденции развития некоторого процесса, представлены расчеты на данных о вводе основных фондов Киргизской ССР.

Таблиц 6. Библиогр.: 4 назв.

УДК 338.27:51

Методика прогнозирования урожайности и себестоимости сельскохозяйственных культур для технико-экономических расчетов перераспределения водных ресурсов. Мерзиков В.З., Иваненко Б.И., Вобрус Р.Г., Герасименко Е.Н. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Для задачи прогнозирования урожайности и себестоимости сельскохозяйственных культур обосновывается выбор дробно-линейной корреляционной функции, приведены численные расчеты с реальными данными.

Таблиц 2. Рисунков 4. Библиогр.: 1 назв.

УДК 519.87

Согласование интересов сторон в конфликтной ситуации с одним главным участником. Данге Э.Г., Бельков Д.С. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Рассматривается игровая ситуация, в которой одновременно оптимизируются функции полезностей главного игрока и разноравных участников конфликта. Функции полезностей заданы в виде линейных функционалов, содержащих параметры.

Библиогр.: 1 назв.

УДК 519.8

Решение многопродуктовой задачи размещения методом последовательных расчетов. Кусупбаев А. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Рассматривается многопродуктовая задача размещения производства и обосновывается применимость к этой задаче метода последовательных расчетов В.П.Черепина.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 519.8

Решение многопродуктовой задачи размещения с ограничениями на объем производства продукции. Кусупбаев А., Асанкулова М. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Рассматривается многопродуктовая задача размещения производства с верхними ограничениями на объем производства по каждому виду продукции и обосновывается применимость к этой задаче метода последовательных расчетов В.П.Черепина.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 338.27:51

О существовании допустимого решения в задаче планировки земли. Мерзиков В.З., Герасименко Е.Н., Дукладова И.В. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Для задачи о планировке участка поверхности рассматривается вопрос о существовании допустимого решения, приводятся и обоснованы достаточные условия.

Рисунков 4. Библиогр.: 3 назв.

УДК (330.115+681.142):664.12

Методика построения матрицы блочно-диагональной формы задачи оптимизации производственной структуры региональных АПК с использованием диалоговой системы "ПРИМУС". Иваненко М.А., Дорощенко В.Г. "Оптимизация планирования агропромышленного производства в регионе", 1991.

Описан опыт использования средств диалоговой системы "ПРИМУС" при подготовке большой "рыхлой" матрицы оптимизационной задачи.

Рисунок 1.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНИРОВАНИЯ
АГРОПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА В РЕГИОНЕ

Редактор издательства И.С. Черных-Раповская

Обложка художника В.Ф.Роска

Технический редактор Р.Р.Хусанова

ИБ 1963

Подписано к печати 24.06.91. Формат 60х84 1/16.

Бумага писчая. Полноцветная печать. Объем п.л.

7,0; уч.-изд. 6,36; усл.-кр.отт. 6,49. Тираж

130 экз. Цена 3 руб., 20 коп. Бумага 157

Издательство "Илим",

720071, Бишкек, Ленинский проспект, 265а.

Типография Академии наук Республики Кыргызстан.

710001, Бишкек, ул.Пушкина, 14а